

# 'n Probleemgebaseerde benadering tot wiskunde in graad 9 en 11 in die Limpopo-provinsie

J.G. Maree, J.M. Molepo, J.H. Owen en R. Ehlers  
Universiteit van Pretoria

## UITTREKSEL

Onderwysers van skole in die sentrale streek van die Limpopo-provinsie van Suid-Afrika is opgelei in 'n probleemgebaseerde benadering tot onderrig- en leermetodes in wiskunde en het dié beginsels in hulle klasse toegepas. Opvolgbesoeke by die betrokke skole is vir 'n jaar lank op 'n maandelikse grondslag gedoen. 800 leerders in graad 9 en 11 het die Studie-oriëntasievraelys in Wiskunde (SOW) voltooi. Die gemiddelde ouderdom in graad 11 was 17.5 jaar ( $SA = 1.4$ ), en in graad 9, 15.1 jaar ( $SA = 1.2$ ). Die verskille tussen die na- en voortoetspunte van die twee groepe is vergelyk. Die twee groepe se gemiddelde punte vir wiskunde het beduidend verskil.

## ABSTRACT

### *Problem-based approach to mathematics in grades 9 and 11 in the Limpopo Province*

Teachers of schools in the central region of the Limpopo Province of South Africa received training in a problem-based approach to the teaching and learning of mathematics and introduced these principles into their classes. Follow-up visits to schools took place on a monthly basis for one year. 800 learners in Grades 9 and 11 completed the Study Orientation Questionnaire in Mathematics (SOM). Mean age in Grade 11 was 17.5 yr. ( $SD = 1.4$ ), and in Grade 9, 15.1 yr., ( $SD = 1.2$ ). The differences between the post- and pre-test marks for the two groups were compared. The means for marks in mathematics were significantly different for the two groups.

## INLEIDING

Slegs 20% van alle Suid-Afrikaanse universiteitstudente behaal ooit 'n graad (Ntshwanti-Khumalo 2003) met studente in die natuur- en ekonomiese wetenskappe wat die hoogste druipeysfers toon. Onderprestasie in wiskunde veral is nie 'n onbekende verskynsel nie – dit manifesteer internasionaal, en hoewel onderwys en opleiding in postapartheid-Suid-Afrika getransformeer word, bly die druipeysfer in skool- en universiteitswiskunde onaanvaarbaar hoog (Maree, Pretorius & Eiselen 2003; Steyn & Maree 2003). In Suid-Afrika is daar boonop 'n reuse gaping tussen die gehalte van onderwys en die prestasie van wit studente enersyds en dié van swart studente andersyds (Saunders 1996; Maree, Claassen, & Prinsloo 1997). Aangesien graad 11- en 12-simbole nog grotendeels bepaal of 'n leerder universiteitstoelating sal verkry (Sibaya & Sibaya 1997), is studie in die tegnologiese en wetenskaplike velde in besonder dus meestal buite die bereik van swart leerders. Een uit elke 312 swart skoliere wat in 1980 begin skoolgaan het, het byvoorbeeld uiteindelik universiteitstoelating in wiskunde en natuur- en skeikunde behaal. Die ekwivalente statistiek vir wit studente is een uit vyf (Blankley 1994). Malherbe (2003) beweer verder dat net 835 swart studente in graad 12 (0.32%) teen die einde van 2002 'n slaagsyfer van C<sup>+</sup> of hoër in wiskunde of natuur- en skeikunde behaal het.

Die *Third International Mathematics and Science Study – Repeat*, wat ontwikkeling sedert die *Third International Mathematics and Science Study* geassesseer het, het bevestig dat Suid-Afrikaanse wiskundeleerders beduidend swakker punte behaal het as dié in al die ander deelnemende lande. Suid-Afrikaanse leerders het in die algemeen probleme ondervind om die toets in Engels af te lê, en basiese kennis van wiskunde was swak (Howie 2001).

Talle hipoteses is reeds geformuleer om die voorgenoemde verskynsel te probeer verklaar, insluitend die volgende (Reynolds & Wahlberg 1992; Arnott, Kubeka, Rice & Hall 1997; Howie 1997; 2001; Maree & Molepo 1999): swak sosiaal-ekonomiese agtergrond van leerders (min aansporing om tuis te studeer), gebrek aan toepaslike ondersteunende materiaal, gebrekkige skoolomgewing oor die algemeen, algemene lae peil van onderwysers en onderrig (met inbegrip van swak vakkennis, swak motivering, asook 'n feitlik totale gebrek aan visionêre onderrig, dit wil sê, 'n besef dat wiskunde-onderrig gemik behoort te wees op die verwerwing van langtermynuitkomst eerder as die blote verwerwing van basiese rekenvaardighede), onderrigtaai (dikwels nie dieselfde as die leerders se moedertaal nie) en ontoereikende studie-oriëntasie.

Castle (1992) het die volgende te sê rakende die mondelinge onderrigtradisie in Suid-Afrikaanse wiskunde-klasse: "Rote learning is the norm in black schools because of its deep roots in cultures with a strong oral tradition" (Castle 1992:222). Hierdie tradisie impliseer *inter alia* dat kommunikasie van bo af geskied met min vrae van die grondvlak. Die fokus is op luister na, memorisering en papegaaiaagtige herroep van inligting. Kognitiewe prosesse van 'n hoër orde soos probleemoplossingsvaardighede, strategiese beplanning, hipotesetoetsing en die evaluering van uitkomst word nie ontwikkel nie. Leerders verwerf dikwels ontoereikende, oppervlakkige papegaaikennis van basiese begrippe (Maree & Steyn 2001; Maree & De Boer 2003).

Castle (1992) asook Maree en Steyn (2001) en Maree en De Boer (2003) verklaar dat wiskunde-onderrig tradisioneel in veral onderontwikkelde streke van Suid-Afrika so onderrig is dat terughoudendheid, slaafse onderwerping aan reëls en die gebruik van gesofistikeerde taal (wat dikwels ontoereikend verstaan en klakkeloos gememoriseer is) sterk aangemoedig is. Ramnarain (2003:33) beweer dat "disadvantaged learners from seriously

<sup>1</sup> Ons betuig ons waardering aan die onderwysers en leerders wat deelgeneem het aan die navorsing en die anonieme keurders vir uiters waardevolle wenke ter verbetering van die artikel, asook teenoor mev. Lanie van Kradenburg vir haar onbepaalde geduld en moeite hiermee. Ons maak in besonder melding van prof. Dirk Wessels (UNISA) vir sy waarlik uitnemende, uiters insigtelike en kosbare hulp en raad. Rig asseblief korrespondensie aan prof. J. G. Maree, Fakulteit Opvoedkunde, Universiteit van Pretoria, 0001 Pretoria, of e-pos (kobus.maree@up.ac.za).

impoverished learning environments are lacking in the necessary informal mathematical knowledge prescribed ... to develop their own strategies for solving non-routine mathematical problems”.

Die probleem word vererger deur die feit dat die instelling van die uitkomsgerigte onderwysstelsel blykbaar nie bevredigende resultate oplewer nie. Die Suid-Afrikaanse onderwysstelsel word reeds sedert die opkoms van die demokrasie in 1994 ingrypend herstruktureer. Die uitkomsgerigte onderwysstelsel wat aanvanklik in 1998 ingestel en in 2001 gewys is, is onder meer gebaseer op die aanname dat alle leerders die vermoë het om te slaag. Klem word geplaas op die verkryging van kennis, vaardighede, waardes en houdings, in teenstelling met die tradisionele benadering wat slegs op die bemeestering van inhoud gebaseer was. Volgens hierdie paradigma word daar van onderwysers verwag om lewenswerklike wiskunde te onderrig en om leerders te help om vaardighede te ontwikkel sodat hulle lewenslange leerders en kritiese denkers kan word. McNeir (1993:1) beweer: “these outcomes are derived from a community vision of the skills and knowledge students need to be effective adults.”

Onderwysers, wat nie in die ontwikkeling van die nuwe kurrikulum betrokke was nie, spreek egter gereeld die siening uit dat 'n onaanvaarbaar hoë persentasie leerders in die Senior Fase (by uitstek in graad 10) toenemend swakker vaar, wiskunde drup en die vak in die middel van die jaar laat vaar (Perry 2003), om verskillende redes, wat ontoereikende studie-oriëntasie in wiskunde insluit. Dit, terwyl algemeen aanvaar word dat die beleving van wiskunde as 'n sinvolle, lewenswerklike vak en die implementering van effektiewe leerstrategieë 'n belangrike medebepaler van sukses in wiskunde is (Pollock & Wilkinson 1988). 'n Toereikende studie-oriëntasie in wiskunde, gewortel in 'n probleemgebaseerde benadering tot die onderrig en aanleer van wiskunde, is potensieel juis 'n beduidende bepalende faktor van studente se welslae met wiskunde (Maree 1999; Steyn & Maree 2003).

### Die klemverskuiwing in wiskunde-onderrig

Die belangrikheid van navorsing wat vir geruime tyd reeds ten opsigte van die potensiele waarde en betekenis van verskillende benaderings tot die onderrig en leer van wiskunde (met die klem op aspekte soos 'n prosesgeoriënteerde, 'n groepgebaseerde, 'n probleemgesentreerde (PGB), 'n probleemoplossings- (PSG) en 'n probleemgebaseerde (PBG) benadering, (sosiale) konstruktivisme, asook sake soos selfontdekking en leerderdeelname) onderneem word, kan kwalik oorbeklemtoon word. Hierdie konsepte is die afgelope aantal jare reeds in die kollig wanneer daar besin word oor strategieë om die onderrig en leer van wiskunde te “verbeter”. Deurlopende debatvoering oor hierdie en ander onderwerpe is van enorme belang, *mits* yweraars vir die uiteenlopende (maar in bepaalde opsigte nou verwante) benaderings besef dat hul benadering een benadering verteenwoordig; één manier om wiskundige “waarheid” te ontdek, in kombinasie met ander benaderings.

Die PSG was prominent tot die middel 70's. Vandaar het die PBL begin groei. Plek-plek het die psigologiese invloed sterker deurgewerk en die vraag na die kwaliteit van leer en denke het oorheers. In die 80's het die PGB en CGI stewig wortel geskiet en aan die einde van die 80's en tot middel 90's gebloom. By 'n onlangse kongres in Roanoke (VA) by die PME-NA-kongres het Less Steffe, Pat Thompson, Richard Lesh, Gerald Goldin, Frank Lester en Lynn English oor hierdie ontwikkeling gepraat. Vandag is die klem op modelle en modellering (kyk Verschaffel & De Corte 1997).

Oor die wêreld heen was daar as gevolg van die min suksesse in die PSG, tesame met die nuwe navorsingsfokus op navorsings-

gebaseerde onderrigprojekte, die groot skuif van onderrig na leer (en die herwaardering van Dewey, Piaget en andere) en moontlik ook as gevolg van die opkoms van die post-modernisme, 'n beweging weg van die PSG na wat ons kan noem PBL (*Problem-based Learning*). PBL het voor die PGB gekom (die PGB term was lank beperk tot Suid-Afrika). Die *Cognitive Guided Instruction* (CGI-) groep van Fennema, Carpenter, Romberg, Lehrer, Schaubel, ensovoorts van Wisconsin-Madison Universiteit in die VSA, was los voor in hul navorsing. Hulle het eintlik die PGB van Universiteit Stellenbosch onder Human, Olivier en Murray sterk beïnvloed. Paul Cobb was ook 'n groot medestander. Die aanvanklike beweging weg van die PSG was dus eintlik PBL. Later het die CGI en PGB en RME (*Realistic Math Education* – die Nederlanders se weergawe daarvan) begin uitblom onder die PBL. PBL is nog steeds groter as CGI of PGB want daar is baie verskyningsvorme of verskillende grade daarvan (Wessels 2005: persoonlike mededeling).

Die PGB is werklik baie uniek in die wêreld van onderrigraamwerke en -benaderings, maar hoewel die outeurs voel dat die PGB in die onderhawige geval 'n groot verskil gemaak het, maak ons nie aanspraak daarop dat dit die “regte” PGB was nie. Die rede is dat 'n mens ook tog verskillende weergawes van die PGB kry – die idiosinkratiese siening en implementering van hierdie benadering verskil immers van persoon tot persoon as gevolg van die unieke ontwerp van die raamwerk.

Ons fokus vervolgens op drie van die hoofbenaderings wat oor die afgelope paar dekades debatte oor leerfasilitering in wiskunde oorheers. Die probleemoplossingsbenadering in wiskunde, wat gebaseer is op die teoretiese raamwerk van Vygotsky (1978) en sy werk oor kennis (Stoker 1993), is eerste aan die bod.

### Die probleemoplossingsbenadering in wiskunde (PSG)

Wiskundige leerarea-inhoude word volgens hierdie benadering in probleemoplossingskontekste en ondersoekgerigte omgewings bemeester, waartydens leerfasiliteerders leerders begelei om wiskunde toereikender (*deeper*) te verstaan deurdat hulle probleemoplossingsbenaderend betrokke raak by die doen van wiskunde (soos afleidings maak, ontdekking, toetsing en verifiëring) (Lester 1994). Tonkin (1995) sê dat probleemoplossing impliseer dat leerders werk aan 'n duidelik gedefinieerde probleem waarvoor daar 'n definitiewe oplossing (of oplossings) bestaan, terwyl Verschaffel en De Corte (1997) voel dat die probleemoplossingsproses in wiskunde deur die volgende vyf eienskappe gekenmerk word:

- Verstaan van die probleemsituasie.
- Die konstruering van 'n wiskundige model op grond van die gegewe situasie en gegewe inligting.
- Heroorweging van die wiskundige model ten einde onbekende elemente te identifiseer.
- Die interpretasie en evaluering van die uitkoms van enige rekenkundige aspekte in terme van die praktiese situasie waarop die wiskundige model gebaseer is.
- Kommunikasie van die oplossing.

Die klem in wiskunde-onderrig het veral in die laat tagtigerjare van die vorige eeu verskuif van die fasilitering van probleemoplossing na die fasilitering van leer deur middel van probleemoplossing (Lester, Masingila, Mau, Lambdin, Dos Santos & Raymond 1994). Wessels en Kwari (2003:57) verwys soos volg na die tradisionele benadering tot probleemoplossing: “mathematical knowledge and skills must be acquired first and then applied to solve problems. This is what may be referred to

as teaching for problem solving.” Wessels en Kwari (2003:75) stel dit later dat: “The main focus in [the problem solving approach] is teaching for problem solving. This means teaching students problem solving processes with the hope that they would use these processes to solve problems.” Volgens Stoker (1993) vereis die probleemoplossingsproses die metakognitiewe handeling asook selfmonitering van die soeke na ’n oplossing. Hy verwys na metakognisie as leerders se bewustheid van selektering, sifting, asook toetsing (beplanning, monitering en evaluering) van hul werk in ’n soeke na oplossings en spreek die siening uit dat ewekniegroepbesprekings, asook onderwysergerigte besprekings leerders tydens die soeke na oplossings help om hul eie denkprosesse te verstaan.

Cockcroft (1982), by uitstek ’n voorstander van die probleemoplossingsbenadering, wys daarop dat wiskundige denke ’n hulpbron is wat in die daaglikse lewe en in onbekende situasies toegepas behoort te word. Wanneer wiskunde-onderrig en -leer dus probleemoplossingsbenaderend voltrek, word kontekste geskep waarin die werklike lewe gesimuleer/nageboots word, waarin die doen van wiskunde dieper betekenis verkry (NCTM 1989; 2000), waartydens leerders vaardighede en kennis verwerf wat hulle in die woon- en werkplek kan toepas en met behulp waarvan leerders self beter kan aanpas by veranderende omstandighede (Resnick 1987). Die NCTM (1991) verwys soos volg na die belangrikheid van probleemoplossing in wiskunde: “... [teachers must] know the subject matter of mathematics, how students think about mathematics, strategies for teaching mathematics, how to select or create mathematical tasks and how to create an environment for learning mathematics in which all students learn to think mathematically” (1991:56).

Die probleemoplossingsbenadering word beskou as die oorkoepelende sambreelterm vir ander benaderings. Ons fokus vervolgens kortliks op die probleemgesentreerde benadering in wiskunde.

### **Die probleemgesentreerde benadering in wiskunde (PGB)**

Murray, Olivier en Human (1995) wys op die volgende aspekte van die probleemgesentreerde benadering:

- a. Leerders word gekonfronteer met probleme wat vir hulle betekenisvol en interessant is, maar wat hulle nie maklik kan oplos deur bloot terug te val op roetine-prosedures of ingedrilde response nie.
- b. Die onderwyser demonstreer nie ’n oplossing nie, en stuur ook nie enige aktiwiteite (bv. deur vrae of ’n bespreking nie) in ’n rigting wat voorheen as gewens beskou is nie; nogtans verwag die onderwyser van elke kind om betrokke te wees by die probleem en dit te probeer oplos. Dit word van leerders verwag om te bespreek, kritiseer, verduidelik, en, wanneer nodig, hul interpretasies en oplossings te regverdig.

Vanuit die probleemgesentreerde benadering beskou, fokus leerfasilitering in wiskunde op leerders wat saamwerk en leerstrategieë wat met hierdie proses verband hou. Gevalstudies en simulaties is enkele voorbeelde van leergeleenthede waartydens probleemgesentreerde leerfasilitering in wiskunde plaasvind. Hoewel begeleide ontwerpe (*guided design*) volgens sommige outeurs hieronder ressorteer, is dit belangrik om te weet dat enigiets wat gekoppel word aan *guided*, baie moeilik aanvaar word binne die gedagte-wêreld van die PGB. Wanneer leerders in groepverband betrokke raak by die analisering en oplossing van komplekse probleme word probleemoplossingsvaardighede, die vermoë om komplekse verbande te verstaan en

die vaardigheid om in onbekende/onseker situasies besluite te neem, verwerf. Begeleide ontwerpe verteenwoordig ’n gestruktureerde benadering tot probleemoplossing waar leerders in groepverband werk, besluite in opeenvolgende stappe neem en by elke stap volledig verslag oor die besluitneming lewer (Borchardt 1984). Die vernaamste leerteoretiese raamwerk wat hierdie benadering onderlê, staan bekend as (sosiale) konstruktivisme. Hierdie raamwerk is veral gebaseer op die werk van persone soos Steffe, Cobb en Von Glasersfeldt (1988); Ernest (1989) en Jaworski (1989), wat die werk van Piaget verder gevoer het. Volgens hierdie benadering word *kennis verwerf en kan dit nie gegee of oorgedra word nie*. Met ander woorde, die onderwyser of handboek kan dit nie aan kinders oordra nie – hulle skep dit self.

In die literatuur is daar sprake van twee strominge, te wete radikale en sosiale konstruktivisme. Tydens ’n beskouing van konstruktivisme kan die individuele-sosiale dichotomie nie geïgnoreer word nie, soos dit blyk uit onderstaande kort beskrywing van radikale en sosiale konstruktivisme.

#### *Radikale konstruktivisme*

Radikale konstruktivisme dui daarop dat:

all knowledge being constructed by the individual on the basis of his or her cognitive processes in dialogue with his or her experimental world (Ernest 1995:474).

Die twee basiese leerteoretiese vertrekpunte van die radikale konstruktivisme is dat kennis op ’n aktiewe wyse deur leerders gekonstrueer (behoort te) word. Kennis kan nie passief vanaf ’n onderwyser of uit die omgewing “ontvang” word nie. ’n Verdere vertrekpunt is dat die opdoen van kennis ’n aanpassingsproses impliseer, waartydens leerders hul ervaringswêreld (her-)organiseer. Leerders ontdek nie opnuut elke keer ’n onafhanklike wêreld wat buite hul geesteswêreld bestaan nie (Maree 1997).

#### *Sosiale konstruktivisme*

Sosiale konstruktivisme dui op die volgende:

Instead of restricting our focus to the isolated individual when studying cognition and other forms of mental processes, we have come to realize that the key aspects of mental functioning can be understood only by considering the social context in which they are embedded (Wertsch & Toma 1994:159).

Hier word die betekenis van kommunikasie en die konstruksie van “gedeelde betekenis” benadruk. Linguistiese kommunikasie staan dus sentraal (Maree 1997). Kennisgenerering vind plaas in koöperatiewe leersituasies waar leerders interafhanklik is van mekaar om te leer en hul nuwe bevindinge aan mekaar te kommunikeer (Atkins 1993; Dick 1991). Hierdie koöperatiewe leersituasie, wat die konstruktivistiese uitgangspunt tot leer steun, kan voorgestel word as ’n onderwysmetode vir die verwesenliking van optimalisering van leerbekwaamhede binne vakverband.

### **Die probleemgebaseerde benadering (PBG) in wiskunde**

Ons verskaf eerstens drie omskrywings van die begrip ten einde aan te toon dat verskillende outeurs verskillende nuanses van die konsep beklemtoon:

- a. In problem-based learning, a specific problem is specified by the course instructor. Students work individually or in teams over a period of time to develop solutions to this problem (Moursund 2001:1).

- b. Problem-based learning (PBL) describes a learning environment where problems drive the learning. That is, learning begins with a problem to be solved, and the problem is posed in such a way that students need to gain new knowledge before they can solve the problem. Rather than seeking a single correct answer, students interpret the problem, gather needed information, identify possible solutions, evaluate options and present conclusions (Roh 2003:1).
- c. Problem-based Learning (PBL) is the learning which results from the process of working toward the understanding and resolution of a (complex) problem (Tannehill & Zeka 1997:1).

Norman en Schmidt (1992:557) maak onder meer die volgende gevolgtrekkings rakende die probleemgebaseerde benadering tot onderrig en leer, wat al vir geruime tyd voorrang geniet in die mediese wetenskappe:

[L]earning in a problem-based format may foster, over periods up to several years, increased retention of knowledge; some preliminary evidence suggests that problem-based learning curricula may enhance both transfer of concepts to new problems and integration of basic science concepts into (clinical) problems; problem-based learning enhances intrinsic interest in the subject matter; and problem-based learning appears to enhance self-directed learning skills, and this enhancement may be maintained.

Probleemgebaseerde leer word oorkoepelend as 'n benadering/strategie beskou waar die leer van wiskunde rondom probleemoplossingsaktiwiteite gesentreer word. Leerders word die geleentheid gebied om meer krities te dink, hul eie kreatiewe idees voor te stel en wiskundig met die portuurgroep te kommunikeer. Die stel van doelbewus swak- of vaag-gedefinieerde probleme in 'n spesifieke konteks word soms genoem as 'n bepaalde kenmerk van die benadering. Wiskundeprobleme wat in hierdie kontekste gestel word, het nie enkele, korrekte, voor die hand liggende oplossings nie en motiveer leerders om eienaarskap van die leerproses te aanvaar (Greening 1998). Dit is essensieel dat leerders aktief na meer en nuwe inligting moet soek ten einde moontlike oplossings te vind (Roh 2004). Leerders interpreteer dus probleme, versamel nuwe inligting, identifiseer moontlike oplossings, evalueer moontlikhede en stel hul eie gevolgtrekkings en moontlike oplossings voor. Volgens Savoie en Hughes (1994) rig (*direct*) leerders hul eie soeke na die oplossing deur dinkskrumme met ander groepe te hou, verskeie hulpbronne te raadpleeg, alternatiewe moontlike oplossings te bespreek, te toets en af te sluit deur te reflekteer op dit wat hulle uit die ervaring geleer het.

Gesprekvoering met Seeliger en Viljoen (Fakulteite Medies en Tandheelkunde respektiewelik) (Kriek 1998) ten opsigte van wiskunde- en tandheelkunde ontwikkeling het reeds in 1997 aan die lig gebring dat die onderrig- en leerbenadering in die Mediese en Tandheelkunde fakulteite (Universiteit van Pretoria) vanaf 1998 probleemgebaseer sou wees. Vir hierdie kollegas impliseer die probleemgebaseerde benadering dat kurrikuluminhoud by wyse van praktiese probleem-situasies aan studente geopenbaar behoort te word en dat skoolkurrikula hiermee in pas behoort te bly. Hulle stel dit dat die probleemgebaseerde denke reeds op skoolvlak aangemoedig en gestimuleer behoort te word en spreek die mening uit dat leerders wat bloot werk memoriseer en nie probleemoplossend te werk kan gaan nie, in 'n al groter mate nie die pas op universiteit sal kan volhou nie. Seeliger (in Kriek

1998) wys verder daarop dat leerlinge reeds op skoolvlak in veral wiskunde-klasse gemotiveer behoort te word om analities te dink en hul eie hipoteses vir probleem-situasies daar te stel en te verifieer.

Die onderhawige navorsing het in 'n sekere sin reeds beslag gekry tydens die navorsing waarna so pas verwys is, onder meer op grond daarvan dat dit geblyk het dat:

- a. Kollegas sterk gevoel het oor die potensiaal van hierdie benadering om toereikender (*deeper*) insig in lewenswerklike probleem-situasies by leerders te fasiliteer, by uitstek ook in wiskunde; asook
- b. Die benadering relatief onbekend was in wiskunde-kringe in Suid-Afrika.

## Doel met die studie

Die vernaamste doelwit van die huidige studie was om vas te stel of die gehalte en uitkomst van onderrig en leer in wiskunde aansienlik verbeter kan word as nuwe perspektiewe uit onlangse navorsing rakende wiskunde-onderrig toegepas word in agtergeblewe skole in Limpopo. Onderwysers in 'n aantal skole is vir hierdie doel betrek by 'n kort opleidingsperiode in die probleemgebaseerde benadering tot die onderrig en leer van wiskunde. Die studie het ondersoek ingestel na hoe dié benadering enersyds onderwysers se houding jeens wiskunde en wiskunde-klasse en die impak van hul wiskunde-onderrig asook hul optrede rig. 'n Verdere doelwit was om te bepaal of hierdie onderrigmetode leerders se prestasie en veral hul insig in die intrinsieke waarde van die vak en hul houding teenoor die vak kan beïnvloed, by uitstek in die lig van die moontlike langtermynvoordele verbonde aan die verwerping van toereikender (*deeper*) insig in die feit dat probleemoplossingsvaardighede slegs werklik sin maak wanneer dit ingebed is in 'n langtermynstrategie, oftewel 'n probleemgebaseerde benadering tot wiskunde-onderrig. Die *Studie-oriëntasievraelys in Wiskunde* (SOW) (Maree, Claassen & Prinsloo 1997) is gebruik om leerders se studie-oriëntasie in wiskunde (insluitend faktore soos hul houding en hul probleemoplossingsgedrag) te assesseer.

## NAVORSINGSONTWERP

Vir die doel van die onderhawige navorsing het ons 'n gekombineerde positivistiese, interpretivistiese en konstruktivistiese benadering geïmplementeer. Twee aanvullende navorsingsparadigmas, naamlik sowel 'n kwantitatiewe as 'n kwalitatiewe paradigma, is geïmplementeer ('n kwan-kwal-benadering). Die kwalitatiewe deel van die studie behels die kwalitatiewe ontleding van gesprekke met enkele onderwysers en leerders verbonde aan die betrokke skole, terwyl 'n tersaaklike literatuuroorsig van 'n aantal primêre en sekondêre wetenskaplike bronne onderneem is. Die kwantitatiewe deel van die studie behels enersyds 'n analise van die prestasies van leerders in die SOW en andersyds die tref van statistiese vergelykings tussen die prestasie van die eksperimentele en die kontrolegroepe, asook die prestasies van twee graad- en geslagsgroepe.

## Steekproef

Die populasie is gedefinieer as alle leerders wat wiskunde neem in sekondêre skole met 'n leerdertal van minstens 400 in graad 9 en 11 in die sentrale distrik van die Limpopo-provinsie. Graad 9-leerders is ingesluit omdat hulle aan die einde van graad 9 moet besluit of hulle aangaan met wiskunde. Graad 11-leerders is ingesluit omdat die jaareindpunt in graad 11 bepaal of leerders

universiteitstoelating gaan kry. Leerders ( $n = 800$ ) is gekies uit 10 skole (skole sowel as leerders is ewekansig gekies) in die provinsie. 80 leerders per skool is gekies. Die eksperimentele groep het bestaan uit 400 leerders ( $n = 400$ , vyf skole), met 400 as die kontrolegroep. Die strata was grade en geslagsgroepe. Seuns en meisies in elke graad is ewekansig en proporsioneel gekies om minstens tien leerders vir elke geslag per graad per skool in te sluit.

### Beperkinge van die studie

Die studie was plaaslik en beperk in omvang, en die bevindinge het dus beperkte veralgemeningspotensiaal. 'n Aansienlike getal toetspersone is deur natuurlike uitvloei (afwesigheid en uitsakking van die eksperimentele groep) verloor: 'n Hoë uitloeiingsyfer vanweë die migrasie van ouers of ander primêre versorgers het veroorsaak dat slegs 427 studente die vraelys as natoets voltooi het. Die SOW is laastens in Engels voltooi terwyl die steekproefgroep se huistaal Pedi was.

### Prosedure

#### Reëlins

Skole is in middel-Januarie 2001 gekontak en meegedeel dat hulle status is (eksperimenteel of kontrole). Die onderwysers en leerders in eksperimentele skole het waardering uitgespreek oor hulle insluiting, maar diegene in "kontrole"-skole het hul ontevredenheid/spyt uitgespreek omdat potensiële voordele van leerders en onderwysers weerhou word. Al 800 studente het die SOW oor 'n tydperk van drie dae in April 2001 op voorttoetsvlak voltooi. Toetsing vir navorsingsdoeleindes is aan hoofde en ouers (waar moontlik) verduidelik.

#### Etiese aspekte

Toestemming is versoek en skriftelik verkry van sowel die betrokke onderwysdepartement as van die skole en leerders se ouers om die navorsing uit te voer en die bevindinge te publiseer. Die onderneming is gegee dat geen individu geïdentifiseer sou word nie.

#### Meetinstrument

Die *Studie-oriëntasievraelys in Wiskunde* (Maree et al. 1997) bestaan uit ses subskale van 92 stellings wat verband hou met aspekte van studie-oriëntasie in wiskunde, insluitend hoe leerders voel oor wiskunde, optree in die wiskundeklas, asook hul probleemoplossingsgedrag in wiskunde. Die toets is tussen 1994 en 1997 ontwikkel deur die Raad vir Geesteswetenskaplike Navorsing van Suid-Afrika (Maree et al. 1997), gebaseer op response van 3013 hoërskoolleerders in Suid-Afrika. Die normsteekproef was verteenwoordigend van alle Suid-Afrikaanse hoërskoolleerders. Studiehouding (14 items) sluit in gevoelens (subjektiewe en objektiewe belewenisse) en houdings jeens wiskunde en het betrekking op leerders se motivering, verwagting en belangstelling ten opsigte van wiskunde. Wiskunde-angs (14 items) het betrekking op 'n "ongemaklike" gevoel oor wiskunde en word waargeneem in gedrag soos oormatige sweet, uitvee van korrekte antwoorde en die onvermoë om wiskundige begrippe te formuleer. Studiegewoontes (17 items) behandel die toepassing van verwerwe, konsekwente en effektiewe studiemetodes. Probleemoplossingsgedrag (18 items) sluit kognitiewe en meta-kognitiewe strategieë in wiskunde in. Studie-omgewing (13 items) verwys na aspekte verwant aan die sosiale, fisiese en beleefde omgewing, terwyl inligtingverwerking (16 items) algemene en spesifieke leerprosesse hanteer, asook samevatting- en leesstrategieë, kritiese denke en begripstrategieë soos die optimale gebruik van grafieke, sketse, tabelle en diagramme. Die laaste subskaal is slegs deur graad 11-leerders ingevul.

Die leerder moet elke item volgens 'n vyf-punt Likertskaal,

geanker deur 0 = Selde en 4 = Byna altyd, beantwoord. Van die items word 46 positief bewoerd en 46 negatief, om geykte reaksiepatrone te voorkom. Inligting oor verkose antwoorde kan na persentielrange omgeskakel word. Die vertolking van 'n profiel geskied op die volgende basis: 70-100% (toereikende studie-oriëntasie), 40-69% (neutraal, maar kan bydra tot 'n toereikende of ontoereikende studie-oriëntasie), en 0-39% (ontoereikende studie-oriëntasie).

Betroubaarheidskoëffisiënte vir die verskillende subskale het gewissel van 0.70 tot 0.80 en vir die vraelys as 'n geheel van 0.89 tot 0.95.

#### Intervensie

Intervensie was op onderwysers en leerders in die eksperimentele groep gerig en was daarop gerig om begrip en die aanleer van 'n probleemgebaseerde benadering tot wiskunde-ondererrig by onderwysers te fasiliteer. Daar is van onderwysers verwag om dié beginsels tydens die leerfasiliteringsproses in wiskunde te implementeer. Na afloop van 'n kort, inleidende praatjie is onderwysers kortliks georiënteer rakende huidige veranderinge ten opsigte van die benadering tot leerfasilitering in wiskunde. Hierna is oorgegaan tot die praktiese oplossing van probleme vanuit 'n probleemgebaseerde perspektief. Intervensie het gewissel in lengte (tydsduur), maar het oorwegend ongeveer 120 minute geduur.

Die volgende is 'n eenvoudige, maar tipiese wiskunde-voorbeeld waarmee onderwysers gekonfronteer is (tewens, dit was die heel eerste probleem waarmee onderwysers gekonfronteer is):

Lebo verkoop elke dag 'n koerant. Hy verdien 'n bepaalde persentasie van die verkoopprijs vir elke koerant wat hy verkoop. Hy woon in Soshanguve en is die broodwinner in sy gesin wat bestaan uit sy werklose moeder, sy twee boeties en een sussie. Om voedsel aan te koop om te oorleef, benodig die gesinnetjie 'n minimumbedrag per maand. Skoolgeld vir die drie kinders beloop 'n onderhandelbare bedrag per maand. Die gesin benodig 'n minimumbedrag per maand om klere aan te koop en om die munisipale rekening te vereffen. Wat is die minimum aantal koerante wat Lebo per dag moet verkoop om die gesin te laat oorleef?

In lyn met kriteria wat dikwels aangewend word vir probleemgebaseerde wiskunde-ondererrig, is die probleem ietwat vaag gestel en moes algebraïese vaardighede wat reeds verwerf is, toegepas word tydens die oplossing van hierdie probleem.

Biografiese data en leerders se punte vir wiskunde en Engels in Maart 2001 is ook aangeteken (voortoets). Skole is op 'n maandelikse basis besoek (agt besoeke in totaal; twee besoeke is in Mei en Augustus aan skole gebring), waartydens daar telkens eerstens met onderwysers gekommunikeer is, waarna leerders betrek is by die gebeure. Leerders moes onder meer telkens verduidelik hoe hulle te werk gegaan het om inligting rakende die probleme wat telkens deur onderwysers en navorsers aan hulle gestel is, in te samel, asook hoe hulle te werk gegaan het om die probleme op te los.

Die leerders het die SOM weer teen die einde van Oktober 2001 voltooi (natoets). Biografiese data en leerders se Novemberpunte vir wiskunde en Engels is in Januarie 2002 (natoets) aangeteken.

#### Hoofnavorsingsvraag en voortvloeiende hipoteses

Die moontlike impak van die probleemgebaseerde benadering tot wiskunde in graad 9 en 11 in die Limpopo-provinsie kan as die primêre navorsingsprobleem van die onderhawige navorsing beskou word.

Die statistiese hipoteses was dat die verskille tussen die voor- en natoetspunte op die subskale van die *Studie-oriëntasievraelys in Wiskunde* (SOW), sowel as die punte vir wiskunde en Engels, sou verskil vir (i) twee groepe studente (graad 9 en 11), (ii) seuns en meisies, en (iii) twee groepe wat verskillende opleiding ontvang het. Die hipotese was verder dat natoetspunte op die vraelys en wiskundepunte vir graad 9- en 11-studente (eksperimentele en kontrolegroepe) positief sou korreleer.

## RESULTATE

### Kwalitatiewe deel van die studie

#### Onderwysers

Dit was opvallend dat sowel onderwysers as leerders aanklank gevind het by die benadering wat gevolg is en telkens blyke gegee het daarvan dat hulle uitgesien het na opvolgbesoeke. Dit was verder duidelik dat onderwysers en leerders nie gewoon was aan groepwerk nie (leerders is in groepies van ongeveer ses leerders elk verdeel), maar dat hulle mettertyd hieraan gewoon geraak het en die ervaring geniet het. Dit moet egter gestel word dat *code switching* (oorskakeling van een taal na 'n ander tydens die onderrigsituasie) tussen Pedi (die leerders se moedertaal) en Engels (die onderrigtaal) haas onontbeerlik was vir die gladde verloop van sake. Die bydrae van dr. Maisha Molepo, Pedisprekende senior navorsers (wat sewe tale magtig is) was in hierdie verband onontbeerlik. Gemeet aan hierdie ervaring, is dit nie slegs sinvol nie, maar inderdaad onontbeerlik om komplekse (maar ook minder komplekse) probleme (veral waar inligting doelbewus tot 'n minimum beperk word ten einde leerders te dwing om self ondersoek in te stel en inligting in te win) van meet af aan in sowel leerders se moedertaal (in die onderhawige geval: Pedi) as in die onderrigtaal (Engels) beskikbaar te stel.

#### Leerders

Samewerking was deurgaans uitnemend. Sowel onderwysers as leerders was entoesiasies oor die navorsing en het die ervaring oorwegend geniet. Enkele van die temas wat tydens data-analise na vore getree het, word vervolgens uitgelig.

#### Geniet die ervaring

*I hope you will return to our school. I enjoyed this mathematics and I think everybody should learn it in this way.* (Ek hoop julle keer terug na ons skool. Ek het hierdie wiskunde (*sic!*) geniet en ek dink elkeen behoort dit op hierdie manier te leer.)

#### Verwarrende/ frustrerende ervaring

*Sir and teacher are expecting too much of us. The work is too difficult and confusing.* ((Ons) Onderwyser verwag te veel van ons. Die werk is te moeilik en verwarrend.)

*It is frustrating to receive only a few clues. Teachers must provide more clues.* (Dit is frustrerend om so min wenke te ontvang. Onderwysers moet vir ons meer wenke gee.)

*Is this mathematics? It does not feel like mathematics.* (Is dit wiskunde? Dit voel nie so nie.)

#### Konfrontasie met lewenswerklike situasie

*I want to be an engineer. Teacher should show me what the world looks like, what to expect at university, and not only concentrate on marking books and explaining.* (Ek wil 'n ingenieur word. (My) Onderwyser behoort my te wys wat om op universiteit te verwag en nie slegs op die merk van werkboeke en verduideliking te konsentreer nie.)

Geniet besprekings en wil meer uitvind oor die "waarde" van wiskunde

*It is nice to discuss maths problems with someone. We also want to find out more why mathematics is necessary (sic) and what we can do with mathematics.* (Dit is lekker om jou wiskunde-probleme met iemand te bespreek. Ons wil ook uitvind waarom wiskunde nodig is en wat ons met wiskunde kan doen.)

#### Ontoereikende agtergrondskennis

*Our group does not have enough (sic) knowledge to solve such a difficult problem.* (Ons groep het nie genoeg kennis om sulke moeilike probleme op te los nie.)

Wiskunde behoort nie op 'n probleemgebaseerde wyse onderrig te word nie

*Our friends say we are just playing and wasting our time. This will not help us pass mathematics.* (Ons vriende sê ons speel net en mors bloot ons tyd. Dit sal ons nie help om wiskunde te slaag nie.)

### Kwantitatiewe deel van die studie

Om te vergoed vir die feit dat die groot getalle tot statistiese beduidendheid kan lei (selfs in gevalle waar die resultaat van beperkte praktiese belang is), word die effekgroottes ook verskaf (ingesluit in tabel 2).

Gemiddeldes en standaardafwykings per skaal verskyn in tabel 1.

Variansie-ontleding ten opsigte van die verskille tussen die voor- en natoets van die ses subskale en die punte vir wiskunde en Engels word in tabel 2 aangegee. Verskille is gebruik om te kompenseer vir moontlike verskille in voortoetstellings en punte. Die normaliteit van die residue is getoets met die Shapiro-Wilk-toets en het nie beduidend afgewyk van normaal nie. Die onafhanklike veranderlikes graad, groep en geslag is beskou as faktore wat bygedra het tot die variansie in die afhanklike veranderlikes.

Hoewel beduidende verskille gevind is (in tabel 2 uiteengesit), was die effekgroottes klein. Dit beteken dat die verskille van beperkte praktiese belang is.

*Post hoc*-vergelykings is gedoen met behulp van Kleinste Gemiddelde Kwadrate. Die resultate verskyn in tabel 3 (slegs vir die beduidende hoofeffekte en -interaksies). (Let daarop dat tabel 3 'n voortsetting is van tabel 2 – dieselfde model is gebruik.)

In Engels het graad 11-leerders beduidend beter in die natoets gevaar, terwyl graad 9-leerders swakker gevaar het ( $p < .05$ ). 'n Beduidende interaksie tussen graad en geslag is opgemerk. Meisies se prestasies het dieselfde gebly ongeag graad. Seuns in graad 11 het beduidend beter gepresteer as seuns in graad 9, wat swakker in die natoets gevaar het ( $p < .05$ ).

Hoewel al die leerders in die natoets swakker punte in wiskunde behaal het, was die verskil by die eksperimentele groep opmerklik laer as by die kontrolegroep. 'n Beduidende wisselwerking tussen geslag en graad is ook bemerk. Die verskil tussen die voor- en natoets van die graad 9-seuns was beduidend hoër as die verskil vir meisies in graad 9. By die graad 11-leerders was daar geen beduidende verskil tussen seuns en meisies nie. Die enigste subskaal waar beduidende verskille te sien was, was studie-omgewing. Seuns het hier beter in die natoets gevaar en meisies swakker.

Pearson-korrelasies van die natoetspunte vir subskale 1-6 met natoets-wiskundepunte vir die eksperimentele ( $n = 93$ ) en kontrolegroepe ( $n = 109$ ) (graad 9 en 11) verskyn in tabel 4. In graad 11 was etlike van die korrelasies vir albei groepe beduidend ( $p < .05$ ), en al die korrelasies was positief.

TABEL 1 Gemiddeldes (M) en standaardafwykings (SA) volgens skaal en punte

	Studie-houding		Wiskunde-angs		Studie-woontes		Probleemoplossingsgedrag		Studie-omgewing		Inligtingsverwerking		Wiskunde		Engels	
	M	SA	M	SA	M	SA	M	SA	M	SA	M	SA	M	SA	M	SA
Graad 9	39.9	23.9	41.2	25.4	45.4	24.6	52.4	27.1	36.9	22.4	20.6	10.7	36.5	14.2		
(n = 202)	Na	44.1	45.7	26.1	47.7	25.2	53.2	28.7	38.8	23.5	12.0	8.6	33.8	12.5		
Graad 11	45.7	27.4	34.3	22.6	46.6	26.3	60.1	28.1	27.4	21.5	23.5	13.3	37.4	14.1		
(n = 225)	Na	43.9	27.7	36.0	46.8	29.0	59.0	29.2	29.1	23.4	14.7	13.4	39.2	12.9		
Eksperimenteel	45.9	25.6	37.9	23.7	48.0	25.8	57.8	27.8	33.3	22.6	23.6	14.6	38.1	12.7		
(n = 203, 110)*	Na	44.6	26.4	43.2	26.9	48.0	57.4	28.7	35.6	25.3	18.1	13.4	38.6	12.1		
Kontrole	40.3	26.0	37.2	24.6	44.2	25.2	55.3	28.0	30.6	22.2	20.8	9.4	36.0	15.3		
(n = 224, 115)*	Na	43.5	26.3	38.2	24.6	46.6	55.3	29.4	32.0	22.4	9.3	7.0	34.9	13.6		
Seuns	44.2	26.9	35.0	23.8	47.9	26.9	57.2	28.6	30.1	22.3	22.8	12.2	36.6	14.0		
(n = 177, 84)*	Na	47.5	26.1	41.0	27.6	48.1	58.0	29.7	34.8	22.8	12.9	11.1	35.0	13.9		
Dogters	42.1	25.2	39.4	24.3	44.7	24.4	55.9	27.4	33.2	22.5	21.7	12.2	37.3	14.3		
(n = 250, 140)*	Na	41.6	26.3	40.3	24.4	46.7	55.1	28.6	32.9	24.6	13.8	11.6	37.8	12.3		

\* Die tweede n verwys na Inligtingsverwerking

TABEL 2 ANOVAS vir totale groep met verskiltellings op subskale, wiskunde en Engels as afhanklike veranderlikes, en graad, groep en geslag as hoofkatore en -interaksies van graad.groep, graad.geslag en groep.geslag (n = 427)

	F-verhouding per telling, effekgrootte tussen hakies vir beduidende waardes															
	Studie-houding	Wiskundeangs	Studie-woontes	Probleemoplossingsgedrag	Studie-omgewing	Inligtingsverwerking	Wiskunde	Engels	Studie-houding	Wiskundeangs	Studie-woontes	Probleemoplossingsgedrag	Studie-omgewing	Inligtingsverwerking	Wiskunde	Engels
Graad	3.39	0.43	0.50	0.26	0.06	0.49	0.00	9.04* (0.02)								
Groep	3.26	2.64	1.27	0.03	0.21	0.28	12.21* (0.03)	0.67								
Graad.Groep	1.67	0.74	0.91	0.06	0.28	0.04	0.00	1.47								
Geslag	1.45	3.58	0.72	0.19	4.16* (0.01)	0.04	1.74	0.98								
Graad.Geslag	2.42	2.81	0.00	0.17	1.60	0.04	4.13* (0.01)	8.28* (0.02)								
Groep.Geslag	0.03	0.28	1.22	0.10	0.30	1.06	1.43	1.05								
Shapiro-Wilk-toets p-waardes	0.64	0.05	0.25	0.19	0.05	0.23	.39	.32								

\*p < .05

TABEL 3 Post hoc-vergelykings vir beduidende hoofeffekte en interaksies

	Studie-omgewing		Wiskunde		Engels	
	KGG	SF	KGG	SF	KGG	SF
Graad 9	-	-	-	-	-2.97 <sup>a</sup>	1.24
Graad 11	-	-	-	-	2.23 <sup>b</sup>	1.20
Eksperimenteel	-	-	-5.86 <sup>a</sup>	1.14	-	-
Kontrole	-	-	-11.33 <sup>b</sup>	1.08	-	-
Seuns	4.91 <sup>a</sup>	1.88	-	-	-	-
Dogters	-0.12 <sup>b</sup>	1.59	-	-	-	-
Graad 9-seuns	-	-	-11.25 <sup>a</sup>	1.66	-6.31 <sup>a</sup>	1.83
Graad 9-dogters	-	-	-5.99 <sup>b</sup>	1.52	0.37 <sup>b</sup>	1.67
Graad 11-seuns	-	-	-8.01 <sup>ab</sup>	1.73	3.86 <sup>b</sup>	1.91
Graad 11-dogters	-	-	-9.13 <sup>ab</sup>	1.34	0.60 <sup>b</sup>	1.47

\*a,b: KGG met verskillende boskrifte verskil beduidend (vertolk kolomgewys) ( $p < .05$ )

TABEL 4 Pearson-korrelasies van subskale met natoets-wiskunde vir eksperimentele en kontrolegroep (graad 9 en 11)

	Skaal					
	Studiehouding	Wiskunde -angs	Studie- gewoontes	Probleemoplossings- gedrag	Studie- omgewing	Inligtings- verwerking
Graad 9						
Eksperimenteel ( $n=93$ )	.12	-.18	.12	.16	-.00	
Kontrole ( $n=109$ )	.12	.27*	.12	.03	.18	
Graad 11						
Eksperimenteel ( $n=110$ )	.38*	.32*	.36*	.29*	.28*	.17
Kontrole ( $n=115$ )	.17	.24*	.12	.02	.22*	.19*

\*\* $p < .05$

## BESPREKING

### Kwalitatiewe deel van die studie

Dit het duidelik uit sowel observasie van leerders as uit hul gesprekke onderling geblyk dat onderrig waarskynlik primêr in Pedi plaasvind. Leerders het feitlik deurgaans in Pedi gekommunikeer. Alle probleme moes dus deurgaans (skriftelik) in sowel Pedi as Engels gestel word. Ons voel dat hierdie spesifieke saak indringend aandag behoort te geniet, veral aangesien taalprobleme potensieel uiters negatief kan inwerk op leerders se aanpassing en prestasie op tersiêre vlak.

Onderwysers het andersyds hul voorbehoude uitgespreek oor die implementeerbaarheid van die benadering. Hul kommer was veral gegrond op die feit dat oorvol sillabusse en te groot klasse weinig ruimte te laat vir eksperimentering met "nuwer" benaderings, asook hul kommer oor die praktiese uitvoerbaarheid van die benadering in oorvol klasse, teen die verwysingsraamwerk van skole se swak sosio-ekonomiese situasie (insluitend die tekort aan klaskamers en fasiliteite om groepwerk te fasiliteer).

Nadat hulle aanvanklik baie skepties en terughoudend was, het leerders die ervaring mettertyd kennelik meer geniet en entoesiasies deelgeneem aan die sessies. Dit was egter van meet af aan baie duidelik dat insig in basiese wiskundige vaardighede ernstig tekortsiet.

Ons maak verder die logiese afleiding dat dit baie duidelik is

dat langtermynintervensie nodig sal wees om sowel onderwysers as leerders te skool in die basiese beginsels van die probleemgebaseerde benadering tot wiskundeonderrig. Dit is eweneens duidelik dat inperkende faktore (soos die ernstige gebrek aan toepaslike infrastruktuur en die taalprobleem waarna verwys is) allereers toepaslik hanteer sal moet word alvorens daar werklik gehoop kan word om hierdie benadering in skole in die betrokke streek in te voer.

Wat die kwantitatiewe deel van die navorsing betref, wil dit voorkom of die eksperimentele groep by die intervensie gebaat het. Hoewel hulle wiskundepunte nie na die intervensie verbeter het nie, is die daling in hulle punte statisties beduidend minder as dié van die kontrolegroep. 'n Aantal faktore kon bygedra het tot die laer natoetspunte. In 2001 het onderwysdepartemente gestandaardiseerde eksamens vir graad 9 en 11 ingestel. Dit kon die resultate van die huidige studie negatief beïnvloed het. Natoets-jaareindpunte (albei grade) is bereken volgens punte vir 'n aantal korter toetse (waarin leerders goed gevaar het) en verskillende werkopdragte wat gegee is tydens die eerste termyn se deurlopende assessering. Min onderwysers het die begrip van deurlopende assessering na behore verstaan.

Positiewe korrelasies dui daarop dat leerders met 'n meer toereikende studie-oriëntasie in wiskunde in graad 11 'n groter kans het om sukses met wiskunde te behaal as dié met 'n minder toereikende oriëntasie.



## SLOTOPMERKINGS

Aangesien wiskunde besonder kwesbaar is vir swak onderrig, moet die sake waarna in hierdie artikel verwys word, na behore hanteer word voordat verandering verwag kan word (Freudenthal 1980; Maree 1999). Die outeurs van die onderhawige studie aanvaar egter gereedlik dat verandering nie oornag bewerkstellig sal word nie, maar oor 'n lang tydperk gefasiliteer behoort te word.

Ons stel dit afsluitend dat steun ten opsigte van die verwerwing van meer toereikende probleemgebaseerde, probleemhanterings-, probleemoplossings- en probleemgesentreerde vaardighede in wiskunde beskou behoort te word as een moontlike manier waarop leerders gehelp kan word om meer bevredigend in wiskunde te presteer, sowel op skool as tydens tersiêre studies. Baie van hierdie vaardighede kan immers later juis 'n selfs groter rol speel indien die klem dan op oorspronklike denke val (De Corte 1995).

Om vergelykende/evaluerende kriteria tussen die verskillende benaderings te formuleer, of 'n raamwerk te probeer verskaf waarbinne sowel die nuwer benadering as die tradisionele en ander benaderings beoordeel en met mekaar vergelyk kan word, is uiters moeilik. Om aan te dring op sogenaamde “wetenskaplike” bewyse van alle aspekte, getuig in 'n bepaalde mate nie net van 'n wankonsepten opsigte van die aard van die opvoedkunde nie, maar ook van die wetenskap self.

Vanselfsprekend word daar nie in hierdie artikel “bewys” dat enige spesifieke benadering die enigste (of selfs beste of 'n beter) metode is wat geïmplementeer behoort te word nie en word rekening gehou met die beperkings inherent aan al die verskillende ontwerpe. In hierdie artikel word wel beweer dat nuwer benaderings tot die onderrig en leer van wiskunde wel 'n identifiseerbare, positiewe, moontlik selfs langtermyn effek op wiskundeprestasie kan hê (Maree 1995).

Die verskillende nuwer benaderings en die meer tradisionele benaderings is nie maklik *empiries* vergelykbaar nie, eenvoudig omdat hulle heeltemal verskillende *doelstellings* nastreef, asook vanuit heeltemal verskillende *leerteoretiese* en *filosofiese* standpunte vertrek, terwyl verskillende onderwysbenaderings slegs *empiries* sinvol met mekaar vergelyk kan word indien hulle min of meer dieselfde doelstellings nastreef. In so 'n geval sou dit miskien moontlik wees om geskikte toetse op te stel om die mate waarin gestelde doelstellings verwesenlik word, te evalueer, en sodoende tot 'n slotsom te kom oor watter een die “beste” is. So iets is uiteraard nie in die onderhawige geval moontlik nie. Die enigste moontlike basis vir evaluering hier is 'n teoretiese evaluering en vergelyking van die respektiewe doelstellings, iets wat noodwendig subjektief gekleur sal word deur die betrokke navorser se eie teoretiese uitgangspunte.

Ons vertrekpunt was en is bloot dat dit moontlik en sinvol is om navorsing te doen of die gestelde doelstellings van verskillende benaderings tot leerfasilitering in wiskunde haalbaar is, asook tot watter mate dit geskied. Ons hoop dat die onderhawige artikel 'n beskeie bydrae gelewer het tot die debat rondom die relatiewe waardes van verskillende benaderings tot wiskundeonderrig op veral sekondêre en tersiêre vlakke.

Laastens: Dit is vanjaar reeds vier jaar sedert die studie waarna in hierdie artikel verwys word, uitgevoer is, en die outeurs wys die belangstellende leser graag op die volgende, potensieel insiggewende inligting wat reeds elders gepubliseer is. Ongeveer 100 leerders (tien per skool) uit die navorsingsomgewing en -groepe waarna in die betrokke artikel verwys word, is in 2002 met beurse gewerf om hul studies aan die Universiteit van Pretoria voort te sit. Hoewel slegs 59 leerders uiteindelik wel die beurse aanvaar het, was hul slaagsyfer tot dusver uitnemend. Dit het verder geblyk dat hierdie leerders die onderrigtaal (Engels) as die

grootste potensieële struikelblok ervaar het, tesame met aanpassingsprobleme in 'n (vir hulle) totaal vreemde omgewing.

Dit is ons insiens veral insiggewend dat ongeveer twee-derdes van die leerders wat steeds studeer (en sukses behaal met hul studies), afkomstig is uit die eksperimentele groep. Hierdie leerders het by navraag gemeld dat die motiverende aard van die intervensie, om verskeie redes, medeverantwoordelik was vir hul sukses. Dit moet egter vermeld word dat leerders eweneens sterk daarvoor voel dat onderrig- en leerstyle op tersiêre kampusse nie aansluiting vind by die nuwer benaderings waarna in hierdie artikel verwys is nie.

## LITERATUURVERWYSINGS

- Arnott, A., Kubeka, Z., Rice, M., Hall, G. (1997). *Mathematics and science teachers: demand, utilisation, supply, and training in South Africa*. Craighall, SA: EduSource.
- Atkins, M.J. (1993). Theories of learning and multimedia applications: an overview. *Research papers in education: policy and practice*, 8(2), 251-270.
- Blankley, W. (1994). The abyss in African school education in South Africa. *South African Journal of Science*, 90, 54.
- Borchardt, D. (1984). *Think tank theatre: decision-making applied*. Lanham, MD: University Press of America.
- Castle, J. (1992). Adult numeracy: a neglected aspect of basic education in South Africa. In B. Hutton (Ed.), *Adult basic education in South Africa*. Cape Town, SA: Oxford Univer. Press, pp. 218-238.
- Cockroft, W.H. (Ch). (1982). *Mathematics counts: report of the Committee of Enquiry into the teaching of Mathematics in schools*. London: DES.
- De Corte, E. (1995). *Introducing schools to new perspectives on learning and teaching*. University of Pretoria.
- Dick, W. (1991). An instructional designer's view of constructivism. *Educational Technology*, May: 41-45.
- Ernest, P. (Ed). (1989). *Mathematics teaching: the state of the art*. London: The Falmer Press.
- Ernest, P. (1995). *The philosophy of mathematics education*. Basingstoke: The Falmer Press.
- Freudenthal, H. (1980). *Weeding and sowing*. Dordrecht: D. Reidel Publishing Company.
- Greening, T. (1998). *Scaffolding for success in Problem-Based Learning*.  
<http://www.med-ed-online.org/f0000012.htm> [31 October 2005].
- Howie, S. (1997). *Mathematics and science performance in the middle school years in South Africa*. Pretoria, SA: Human Sciences Research Council.
- Howie, S. (2001). *Mathematics and science performance in Grade 8 in South Africa. 1998/1999*. Pretoria, SA: Human Sciences Research Council.
- Jaworski, B. (1989). Is versus seeing as. In Pimm, D. (Ed.). *Mathematics, teachers and children*. London: Open University with Hodder and Stoughton.
- Kriek, C.G. (1998). Wiskundekurrikulumontwikkeling vir die senior sekondêre fase. Ongepubliseerde PhD-proefskrif. Universiteit van Pretoria.
- Lester, F.K. (1994). Musings about mathematical problem-solving research: 1970-1994. *Journal for Research in Mathematics Education*. 25(6), 660-675.
- Lester, F.K., Masingila, J.O., Mau, S.T., Lambdin, D.V., Dos Santon, V.M., Raymond, A.M. (1994). Learning how to teach via problem solving. In Aichele, D. and Coxford, A. (Eds.). Reston, Virginia: NCTM.
- Malherbe, J.A.G. (2003). Persoonlike mededeling deur prof. J.A.G. Malherbe.
- Maree, J.G., De Boer, A. (2003). Assessment of thinking style preferences and language proficiency for South African students whose native languages differ. *Psychological Reports*, 93, 449-457.
- Maree, J.G. (1995). Kommentaar op die nuwe benadering tot die onderrig en leer van wiskunde in die RSA: Hoe geregverdig is die kritiek? *SA Tydskrif vir Opvoedkunde*, 15(2), 66- 71.

- Maree, J.G. (1997). *Die ontwerp en evaluering van 'n studie-oriëntasievraelys in wiskunde*. Ongepubliseerde D.Phil.-proefskrif. Universiteit van Pretoria.
- Maree, J.G. (1999). Difference in orientation towards the study of mathematics of South African high school learners: developing a study orientation questionnaire in mathematics. *Psychological Reports*, 84, 467-476.
- Maree, J.G., Molepo, J.M. (1999). The role of mathematics in developing rural and tribal communities in South Africa. *South African Journal of Education*, 19, 374-381.
- Maree, J.G., Steyn, T.M. (2001). Diverse thinking-style preferences in a university course in mathematics. *Psychological Reports*, 89, 583-588.
- Maree, J.G., Claassen, N.C.W., Prinsloo, W.J. (1997). *Manual for the Study Orientation Questionnaire in Mathematics*. Pretoria, SA: Human Sciences Research Council.
- Maree, J.G., Pretorius, A., Eiselen, R.E. (2003). Predicting success among first-year engineering students at the Rand Afrikaans University. *Psychological Reports*, 93, 399-409.
- McNeir, G. (1993). *Outcomes-based education*. ERIC Digest: <http://eric.uoregon.edu/publications/digests/digest085.html>. [2 November 2005].
- Moursund, D. Problem-based learning and project-based learning. (2001). <http://standards.nctm.org/document/chapter3/prob.htm>. [2 November 2005].
- Murray, H., Olivier, A., Human, P. (1995). Children assess the learning environment. *Pythagoras*, 37, 13-16.
- National Council of Teachers of Mathematics, Commission on Standards for School Mathematics (NCTM). (1989). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics*. Reston: The Council.
- National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (1991). *Professional standards for teaching mathematics*. Reston, Virginia: NCTM.
- National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (2000). *Principles and standards for school mathematics. Problem solving*. <http://standards.nctm.org/document/chapter3/prob.htm>. [2 November 2005].
- Norman G.R., Schmidt H.G. (1992). The psychological basis of problem-based learning: A review of the evidence. *Academic Medicine*, 67(9), 557-565.
- Ntshwanti-Khumalo, T. (2003). A tertiary update: October 2002-September 2003. *Edusource*, 42, 1-20.
- Perry, H. (2003). Female performance in the senior certificate examination: excellence hiding behind the averages. *Edusource Data News*, 39, 14-25.
- Pollock, J.E., Wilkinson, B.L. (1988). Enrolment differences in academic achievement for university study skills students. *College Student Journal*, 22, 76-82.
- Ramnarain, U. (2003). A strategies-based problem solving approach in the development of mathematical thinking. *Pythagoras*, 57, 32-35.
- Resnick, L.B. (1987). Learning in school and out. *Educational Researcher*, 16, 13-20.
- Reynolds, A.J., Wahlberg, H.J. (1992). A structural model of high school mathematics outcomes. *Journal of Educational Research*, 85, 150-158.
- Roh, K.H. (2003). *Problem-based learning in mathematics*. <http://www.ericdigests.org/2004-3/math.html>. [2 November 2005].
- Saunders, W. (1996). One lost generation after another. *Frontiers of Freedom*, Fourth Quarter, 18-19.
- Savoie, J.M., Hughes, A.S. (1994). Problem-based learning as classroom solution. *Educational Leadership*, 52(3), 492, 514.
- Sibaya, P.T. Sibaya, D. (1997). Students' performance on a teacher-made mathematics test: the interaction effects of sex, class and stream with age as a covariate. *South African Journal of Psychology*, 27(1), 9-15.
- Steffe, L.P., Cobb, P., Von Glasersfeldt, E. (1988). *Construction of arithmetical meanings & strategies*. New York: Springer-Verlag.
- Steyn, T.S., Maree, J.G. (2003). Study orientation in mathematics and thinking preferences of freshmen engineering and science students. *Perspectives in Education*, 21, 47-57.
- Stoker, J. (1993). Teachers as learners – problem solving and cultural psychology. *Pythagoras*, 32, 7-10.
- Tannehill, D., Zeka, Y. (1997). Problem-based learning in mathematics ... what a concept! <http://www.mcli.dist.maricopa.edu/labyforum/Spr97/spr97F6.html>. [1 November 2005].
- Tonkin, R. (1995). Investigations in primary school mathematics. *Pythagoras*, 36, 29-30.
- Van Aardt, A., Van Wyk, C.K. (1994). Student achievement in mathematics. *South African Journal of Higher Education*, 8, 18-23.
- Verschaffel, L., De Corte, E. (1997). Teaching realistic mathematical modelling in the elementary school: A teaching experiment with fifth graders. *Journal for Research in Mathematics Education*, 97(28), 577-602.
- Visser, D. (1989). Mathematics – the critical occupational filter for women. *South African Journal of Science*, 85, 212-214.
- Wertsch, J., Toma, C. (1994). Discourse and learning in the classroom: a socio-cultural approach. In Steffe, L.P. & Gale, J. (Eds.). 1995. *Constructivism in education*. New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates Ltd., Publishers.
- Wessels, D.C.J., Kwari, R. (2003). The nature of problem solving in mathematics: traditional vs contemporary views. *Journal for Christian Scholarship*, 39(192), 69-93.



### PROF. JACOBUS MAREE

Prof. Jacobus Gideon Maree is professor in die Fakulteit Opvoedkunde, UP. Prof. Maree het al sy grade *cum laude* behaal. Hy beskik oor drie doktorsgrade: DEd (Beroepsvoorligting), PhD (Vakdidaktiek Wiskunde), en (c) DPhil (Sielkunde). Hy is outeur of mede-outeur van meer as 35 boeke en 85 artikels (gepubliseer in geakkrediteerde tydskrifte), deelydse radio- (en TV-) omroeper, sielkundige asook nasionaal- en internasionaal-gerekende akademikus in Opvoedkunde en Sielkunde. Die oorkoepelende doel met sy huidige navorsing is die verwesenliking van alle leerders se diverse potensiaal (met die aksent op benadeelde leerders) en om toepaslike, koste-effektiewe voorligting/terapie, asook beroepsvoorligting vir alle leerders in die RSA te fasiliteer en sodoende 'n betekenisvolle verskil te maak aan (veral) die onaanvaarbare persentasie swart leerders wat tans ingeskrewe studente is aan tersiêre instansies in Suid-Afrika. Prof. Maree, redakteur van die ISI- en IBSS-gelyste tydskrif *Perspectives in Education*, is 'n gegradeerde navorser by die National Research Foundation. In 1999 het hy lewenslange erelidmaatskap ontvang van die S.A. Raad vir Personeelpraktisyns. Prof. Maree is onlangs vereer met uitnemende presteerderstatus aan die Universiteit van Pretoria. In 2002 ontvang hy die OVSA-toekenning vir die bevordering van Opvoedkunde en in 2006 ontvang hy die medalje vir Uitnemende navorsing van OVSA.