



Die stand van wiskundeonderwys in Afrikaanse skole

Author:
Gerrit Stols¹

Affiliation:
¹Department of Science,
Mathematics and
Technology, University of
Pretoria, South Africa

Correspondence to:
Gerrit Stols

Email:
gerrit.stols@up.ac.za

Postal address:
Faculty of Education,
Groenkloof Campus,
University of Pretoria,
Pretoria 0002, South Africa

Dates:
Received: 23 Apr. 2012
Accepted: 31 Aug. 2012
Published: 27 Nov. 2012

How to cite this article:
Stols, G., 2012, 'Die stand
van wiskundeonderwys
in Afrikaanse skole', *Suid-
Afrikaanse Tydskrif vir
Natuurwetenskap en
Tegnologie* 31(1), Art. #336,
8 pages. [http://dx.doi.
org/10.4102/satnt.v31i1.336](http://dx.doi.org/10.4102/satnt.v31i1.336)

© 2012. The Authors.
Licensee: AOSIS
OpenJournals. This work
is licensed under the
Creative Commons
Attribution License.

Hoërordedenkvaardighede is noodsaaklike basiese vaardighede vir die een-en-twintigste eeu aangesien rekenars berekeninge en algoritmes baie vinniger en akkurater kan doen as mense. Dit beteken dat skole leerders moet toerus om logies te dink, patrone te ontdek, bewyse te lewer, asook om niëroetineprobleme op te los. Hierdie fasette wat as hoërordedenke geklassifiseer word, is die kern van wiskundige denke en ontwikkeling. Suid-Afrika neem aan verskeie internasionaal vergelykende studies deel. Met behulp van hierdie vergelykende studies kan bepaal word hoe die Afrikaanse wiskundeleerders in Suid-Afrika se prestasie met dié van leerders in ander lande vergelyk en ook wat die tekortkominge in die wiskundeonderwys is. Volgens die 2003-TIMSS-uitslae is die probleem in Afrikaanse skole juis dié vroeë wat hoërordedenke vereis. Dit beteken dat die Afrikaanse skole 'n doelbewuste poging sal moet aanwend om hoërordedenke te ontwikkel. Die 1999-TIMSS-videostudie toon dat die lande wat die beste presteer, soos Japan, tydens onderrig meer tyd aan die ontwikkeling van begripsvorming en aan die oplos van moeiliker probleme. Die fokus in die presterende lande is op die ontwikkeling van hoërordedenke deur probleemoplossing. Daar word dus minder tyd afgestaan aan herhaling van roetine- of soortgelyke oefeninge wat 'n rekenaar ook kan doen. Die omgekeerde hiervan is 'n tipiese verskynsel in Afrikaanse skole, waar 'n onderwyser byvoorbeeld een of meer voorbeelde op die bord doen waarna die leerders 'n hele aantal soortgelyke roetine-oefeninge doen.

The state of mathematics education in Afrikaans schools. Higher-order thinking skills are essential basic skills for the 21st century as computers can do calculations and algorithms faster and more accurately than people. This means that schools should equip students to think logically, search for patterns, do proofs and solve non-routine problems. These activities are part of higher-order thinking, which is the essence of mathematical thinking and development. South Africa participates in several international comparative studies. Using these comparative studies, it has been possible to determine how the performance of Afrikaans mathematics learners in South Africa compares to that of learners of other countries and also to highlight possible deficiencies in mathematics education. According to the TIMSS 2003 results, Afrikaans learners perform poorly in the TIMSS advanced level questions, where higher-order thinking is required. This means that Afrikaans schools should purposely develop higher-order thinking. The TIMSS 1999 Video Study shows that the best performing countries like Japan spend more time in class on the development of conceptual understanding and working on complex problems. High-performing countries are focused on the development of higher-order thinking through problem solving. They also spend less time on doing routine or repetition exercises which can rather be done by a computer. The contrary is typically the case in Afrikaans schools where a teacher will for example do one or more examples on the blackboard and the students will follow and do a number of similar routine exercises.

Inleiding

Die krisis wat tans in wiskundeonderwys in Suid-Afrika heers, is nie onbekend nie. In 2010 het meer as die helfte van die kandidate wat wiskunde as vak neem, minder as 30% vir wiskunde behaal (Department of Basic Education South Africa 2011a:55). Dit is nie net die swak graad 12-wiskunde-uitslae wat opslae maak nie, maar veral Suid-Afrika se swak vertonings in internasionale vergelykende studies soos Programme for International Student Assessment (PISA) en Trends in International Mathematics and Science Study (TIMSS). Van al die lande wat aan die 1999-TIMSS-studie deelgeneem het, het Suid-Afrika die swakste presteer. Altesaam 46 lande het aan die 2003-TIMSS-studie deelgeneem, onder andere Afrikalande soos Marokko, Tunisië, Botswana, Ghana en Egipte. In hierdie TIMSS-studie het Suid-Afrika se wiskundeleerders ook die swakste ter wêreld presteer. Dit wil voorkom of die Afrikaanse skole onder die indruk verkeer dat hierdie wiskundeonderwysprobleem hulle nie raak nie en beperk is tot die ander skole in Suid-Afrika. Die kernvraag wat hierdie artikel wil beantwoord, is: Wat is die stand



en toekoms van wiskundeonderwys in Afrikaanse skole? Om hierdie vraag sinvol te beantwoord, word daar op die volgende subvrae gefokus:

- Hoe presteer Afrikaanssprekende leerders in internasionaal vergelykende studies?
- Wat is die implikasies van hierdie prestasie vir wiskunde-onderrig in Afrikaanse skole?

Agtergrond en rasionaal

Die geweldige omvang en vinnige groei van menslike kennis maak dit onmoontlik vir die onderwys om alle kennis te dek. Dit is in elk geval onmoontlik om nou reeds te bepaal hoe die wêreld van die huidige leerders eendag gaan lyk en watter spesifieke kennis hulle nodig gaan hê om hulle in staat te stel om hulle probleme op te los. Die wiskunde wat leerders vandag behoort te leer, is nie dieselfde as wat hulle ouers geleer het nie. In die industriële era was basiese vaardighede soos berekeningsvaardighede voldoende, maar tegnologiese ontwikkeling het dit verander. Bransford, Brown en Cocking (2000) is daarom van mening dat die onderwys se fokus nie op die dekking van kennis moet wees nie, maar eerder op die ontwikkeling van hoërordedenkvaardighede. Hulle redeneer dat kennis met tyd verander en groei maar dat hoërordedenke, soos wiskundige en logiese denke, onveranderd bly. Dit is waarom die Amerikaanse National Research Council (2001) tot die gevolgtrekking gekom het dat alle jong Amerikaners moet leer om wiskundig te dink, en dat hulle wiskundig sal moet dink om te leer. Die fokus van wiskundeonderwys moet daarom op die ontwikkeling van hoërorde wiskundige denke val en nie net op berekenings, die memorisering van kennis en die uitvoering van prosedures en algoritmes nie. Confrey en Lachance (2000) verduidelik dat hoërordedenkvaardighede noodsaaklike basiese vaardighede vir die een-en-twintigste eeu geword het aangesien rekenaars berekening en algoritmes baie vinniger en akkurater kan uitvoer:

These skills (computational skills) allowed students to secure jobs and to become informed citizens in an industrial society. However, with advances in technology, such computational skills are no longer as important. Instead, students need to develop critical-thinking skills to interpret data appropriately and to use technology to solve more complex problems. Thus, changes in our society have led to a change in what we value in mathematical skills. [*Hierdie vaardighede (berekeningsvaardighede) het studente in staat gestel om werk te bekom en ingeligte burgers in 'n nywerheidsamelewing te word. Vanweë tegnologiese ontwikkelings is sulke berekeningsvaardighede egter nie meer so belangrik nie. In plaas daarvan moet studente kritiese denkvaardighede ontwikkel om data op toepaslike wyse te vertolk en tegnologie te gebruik om meer komplekse probleme op te los. Die veranderinge in ons samelewing het dus 'n verandering teweeggebring in wat in wiskundige vaardighede van waarde is.*] (bl. 232, [outeur se eie vertaling])

Die klem het dus reeds verskuif vanaf berekeningsvaardighede (wat 'n rekenaar beter kan doen) na die gebruik van rekenaars om meer komplekse probleme op te los. Gratis sagteware soos GeoGebra en Microsoft Mathematics kan grafieke teken, vergelykings oplos, uitdrukkings faktoriseer en vereenvoudig, statistiese berekening doen, ensovoorts.

Die WolframAlpha-soekenjin het meer wiskundige inligting en feite as wat 'n mens ooit sal kan leer en onthou. In Figuur 1 word getoon dat dit selfs vroeë beantwoord soos: 'solve $x^3-2x^2+4x-9=0$ ', 'factorise x^2-x-6 ', of 'plot graph of $y=x^3-3x^2+5x-3$ between $x=-5$ and $x=6$ '.

Selfs die woordverwerker Microsoft Word kan grafieke plot en vergelykings oplos en vereenvoudig nadat die gratis 'MathAdd-in'-sagteware geïnstalleer is. Dit is byvoorbeeld moontlik om die vergelyking $x^3 - 2x^2 + 4x - 9 = 0$ in MSWord tetik en te

vra 'solve for x': gee dit $x = \sqrt[3]{\frac{\sqrt{457} + 187}{6} + \frac{187}{54}} + \sqrt[3]{-\frac{\sqrt{457} + 187}{6} + \frac{187}{54}} + \frac{2}{3}$

of verder te vra dat MSWord die grafiek van $y = x^3 - 3x^2 + 5x - 3$ moet skets. Dus kan 'n algemene woordverwerker vandag 'n groot deel van die werk doen wat leerders in twaalf skooljare ingedril word. Die Verenigde State van Amerika (VSA) se National Research Council (2001) waarsku dat vandag se leerders voor nuwe uitdagings te staan sal kom teen die tyd wat hulle volwassenes is. Die vraag is of die huidige wiskundeleerders vir die toekoms voorberei word. 'n Doelwit van die Suid-Afrikaanse kurrikulum is juis om te verseker dat leerders kennis en vaardighede verwerf en toepas op maniere wat betekenisvol is vir hulle lewens in die toekoms (Department of Basic Education South Africa 2011b).

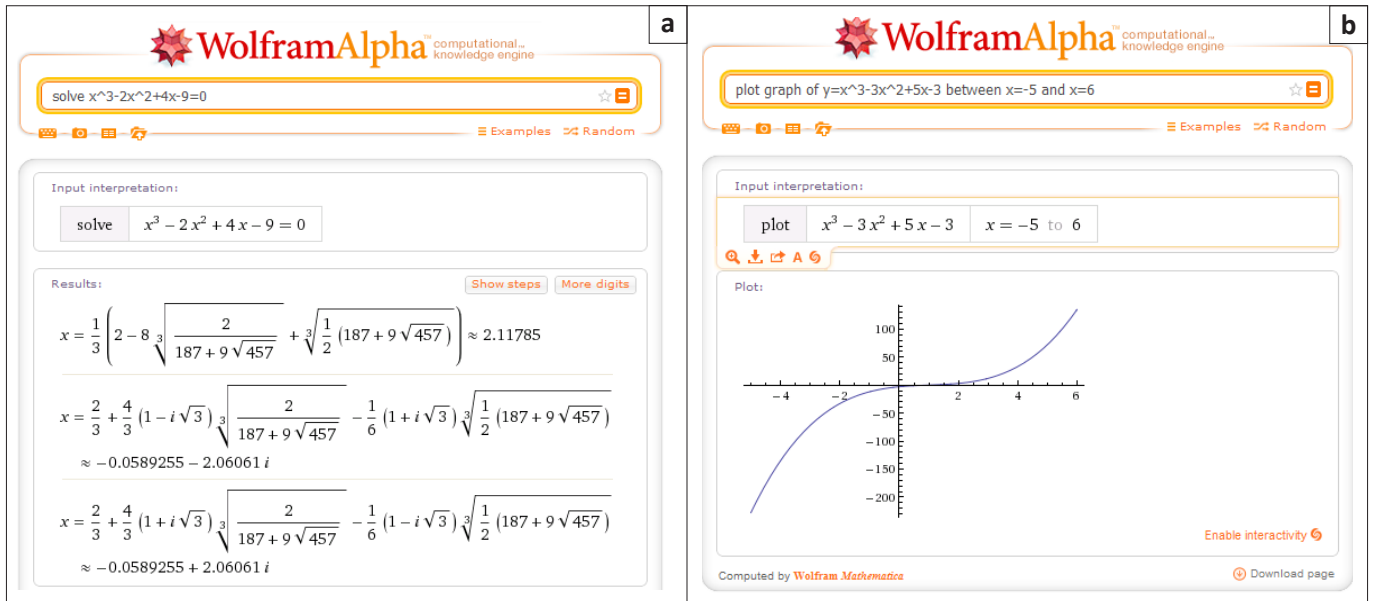
Teoretiese raamwerk

Tegnologiese ontwikkeling en die vinnig veranderende wêreld vereis 'n fokusverandering in wiskundeonderwys: vanaf bemeestering van spesifieke kennis (kurrikuluminhoud) na die ontwikkeling van denkvaardighede en meer spesifiek hoërordedenkvaardighede. Die ontwikkeling van hoërordedenke is nie 'n nuwe idee nie en kom reeds algemeen in lande regdeur die wêreld voor (Yelland 1997). Suid-Afrika se vorige, huidige en nuwe kurrikulum lê klem op die ontwikkeling van hoërordedenke. Die Suid-Afrikaanse Departement van Basiese Onderwys (2011b:5) beklemtoon in die Wiskunde Kurrikulum- en Assesseringsbeleidsverklaring (KABV) die ontwikkeling van hoë kennis en hoë vaardighede en stel in die vooruitsig dat leerders die volgende moet doen: 'Identify and solve problems and make decisions using critical and creative thinking ... collect, analyse, organise and critically evaluate information'. [*... identifiseer en los probleme op en neem besluite deur kritiese en kreatiewe denke ... versamel, ontleed en organiseer inligting en evalueer dit krities*']

Manzo (1998) verduidelik dat hoërordedenke in wese denke is wat plaasvind in die hoër vlakke van die hiërgargie van kognitiewe denke. Baker (1990) sluit hierby aan en is van mening dat hoërordedenke gebruik word in alle intellektuele aktiwiteite wat meer as inligtingherwinning vereis. Aktiwiteite kan in terme van hulle moeilikheidsgraad gekategoriseer word. Die kognitiewe vlakke wat die Departement van Onderwys (2011b) in die KABV gebruik, is:

- kennis
- roetineprosedures
- komplekse prosedures
- probleemoplossing.

Slegs die laaste kategorie kan as 'n hoërordevaardigheid beskou word. Hoërordedenke is meer as die memorisering



Bron: WolframAlpha, 2012, viewed n.d., from <http://www.wolframalpha.com>

FIGUUR 1: Resultate van 'n bewerking (a) solve $x^3 - 2x^2 + 4x - 9 = 0$ en (b) plot graph of $y = x^3 - 3x^2 + 5x - 3$ between $x = -5$ and $x = 6$ in WolframAlpha. Bewerkings word slegs in Engelse gedoen.

van feite; dit gaan oor die skep van nuwe en oorspronklike idees en die kreatiewe oplos van probleme. Dit beteken nie dat laervlakdenke nie belangrik is en geïgnoreer kan word nie. Hoërordedenkprosesse soos probleemoplossing vereis dat die basiese vaardighede in plek is. Dit sluit in die vermoë om prosedures akkuraat en vinnig uit te voer en vereis ook dat 'n leerling wiskundige begrippe nie net memoriseer nie, maar verstaan. Die Learning Research and Development Center (1991) het gepoog om prosesse wat hoërordedenkvaardighede vereis, te lys:

Determine which facts and formulas stored in memory might be helpful for solving a problem, exercise judgment, step outside the routine, recognize when more information is needed, carry out complex analyses that require planning, management, monitoring, and adjustment. [*Bepaal watter feite en formules wat in die geheue opgeneem is, kan help om 'n probleem op te los, oefen oordeel uit, dink buite die roetine, verstaan wanneer meer inligting nodig is, en voer komplekse ontledings uit waarvoor beplanning, bestuur, monitering en aanpassing nodig is.*] (bl. 3–4, [outeur se eie vertaling])

Die National Research Council (2001) het in 'n studie oor die kritiese wiskundige vaardighede wat leerders moet ontwikkel, die volgende vyf fasette geïdentifiseer:

1. prosedurele vlotheid
2. konseptuele begrip
3. aanpasbare redenering
4. strategiese bekwaamheid
5. produktiewe ingesteldheid.

Die voorlaaste twee fasette, *aanpasbare redenering* en *strategiese bekwaamheid*, kan as hoërordedenke geklassifiseer word, alhoewel dit nie van die ander fasette geïsoleer kan word nie. Die National Research Council (2001:5) verduidelik verder wat met hierdie twee fasette bedoel word. *Aanpasbare redenering* is die vermoë om logies te dink, te besin, te verduidelik en te regverdig. *Strategiese bekwaamheid* handel oor die vermoë om 'n situasie wiskundig te formuleer en voor te stel en om wiskundige probleme op te los. Hierdie

twee fasette wat as hoërordedenke geklassifiseer word, is die kern van wiskundige denke en ontwikkeling.

Die wiskundeprestasie van Afrikaanse skole

Suid-Afrika neem aan verskeie internasionaal vergelykende studies deel. Met behulp van hierdie vergelykende studies kan spesifiek bepaal word hoe die Afrikaanse wiskundeleerders in Suid-Afrika se prestasie met die van ander lande vergelyk en ook wat die tekortkominge in die wiskundeonderwys is. Die TIMSS-studie vind elke vier jaar plaas. Die 2003-TIMSS-uitslae word in hierdie studie gebruik omdat dit die jongste beskikbare uitslae is (sien Tabel 1). Suid-Afrika het nie aan die 2007-TIMSS-studie deelgeneem nie maar wel aan die 2011-TIMSS-studie. Die resultate hiervan is nog nie vrygestel nie. Reddy, Kanjee, Diedericksen en Winnaar het in 2006 die graad 8-uitslae van die 2003-TIMSS-studie ontleed en in 'n RGN-verslag bekend gemaak. Nog 'n rede waarom hierdie artikel juis die TIMSS-studie gebruik, is omdat dit nie slegs op die inhoud van die kurrikulum fokus nie, maar ook op die wiskundige denkvlakke (kognitiewe prosesse) wat inpas by die teoretiese raamwerk van die artikel. Suid-Afrika se uitslae het volgens Reddy *et al.* (2006) nie baie oor die jare (1995–2003) verander nie (sien Tabel 1). Alhoewel die 2003-TIMSS-data verouderd mag wees, is dit die mees relevante data tans beskikbaar wat 'n groot verteenwoordige steekproef hoërskoolleerders se wiskundeprestasies met dié van ander lande se leerders vergelyk.

Die 2003-TIMSS-steekproef

Volgens Reddy *et al.* (2006) is die 2003-TIMSS-studie se data in November 2002 in Suid-Afrika ingesamel. Hulle verduidelik verder dat die steekproef wat 255 skole en 8952 leerders ingesluit het, eerstens per provinsie en daarna per taal bepaal is (Reddy *et al.* 2006). Die leerders kon die toets in Afrikaans



of Engels voltooi. In die RGN-verslag het Reddy *et al.* (2006) die data ook in terme van die voormalige apartheidstelsel se rasseklassifikasie en onderwysdepartemente ontleed:

There were 952 cases. Of these, 6 697 learners were in ex-DET schools (previously for African learners); 1 211 learners were in ex-HoR schools (previously for coloured learners); 303 learners were in ex-HoD schools (previously for Indian learners), and 741 learners were in ex-HoA schools (previously for white learners). Although the numbers for ex-HoD and ex-HoA schools are low, the scores can be considered as indicative of performance in these schools. [Daar was 952 gevalle. Hiervan was 6 697 leerders in eks-DOO-skole (voorheen vir Swart leerders), 1 211 leerders was in eks-HvH-skole (voorheen vir bruin leerders), 303 leerders was in eks-HvD-skole (voorheen vir Indiërleerders), en 741 in eks-DvO-skole (voorheen vir wit leerders). Hoewel die getalle vir eks-HvD- en eks-DvO-skole klein is, kan die tellings as aanwysers van die prestasie in dié skole beskou word.] (bl. 50, [outeur se eie vertaling])

Die eks-DOO-skole verwys na die skole vir Swart leerders in die voormalige Departement van Onderwys en Opleiding, terwyl die eks-HvV na die skole vir Bruin leerders in die voormalige Huis van Verteenwoordigers verwys, die eks-HvD na skole vir Indiërleerders in die voormalige Huis van Afgevaardigdes, en laastens die eks-DvO na die skole vir Wit leerders in die voormalige Departement van Onderwys. Al hierdie skole is tans oop vir alle rasse, maar 'n Wit leerling sal selde in 'n voormalige Swart of Bruin skool aangetref word, terwyl die teenoorgestelde nie ongewoon is nie. Die profiel van die Afrikaanse leerders wat aan die studie deelgeneem het, word in Tabel 2 verduidelik. Die rede waarom Tabel 2 en Tabel 3 nie die eks-HvD-skole insluit nie, is omdat daar geen leerders in daardie skole was wat die toets in Afrikaans afgelê het nie.

Die 2003-TIMSS-toets

Reddy *et al.* (2006:8–9) verduidelik in die RGN-verslag dat die 2003-TIMSS-toets uit meerkeusevrae asook gekonstrueerde terugvoervrae bestaan het. Hierdie vrae is opgestel om eerstens verskillende kurrikuluminhoude en tweedens verskillende kognitiewe vlakke te toets. Die kurrikuluminhoud behels die volgende:

- getalgestelsels (30%)
- algebra (25%)
- meting (15%)
- meetkunde (15%)
- datahantering (15%).

Die vrae is oor die volgende kognitiewe denkvlakke versprei:

- **Laag:** Dit behels die ken van feite en gebruik van prosedures (15%) en sluit vrae in waar leerders moet bereken, identifiseer en onthou.
- **Gemiddeld:** Dit behels die gebruik van konsepte (20%) en sluit vrae in waar leerders moet ken, klassifiseer, voorstel, formuleer en onderskei.

- **Hoog:** Dit behels die oplos van roetineprobleme (40%) en sluit vrae in waar leerders moet kies, modelleer, interpreteer, toepas en verifieer.
- **Gevoerd:** Dit behels wiskundige beredenering en die oplos van nieroutineprobleme (25%) en sluit vrae in waar leerders 'n hipotese/voorspelling/spekulasie moet kan formuleer, ontleed, evalueer, veralgemeen en bewys.

Die 2003-TIMSS-uitslae

Wat wiskunde betref, het Suid-Afrika die swakste van die 46 deelnemende lande presteer met 'n gemiddeld van 264 terwyl die internasionale gemiddeld 476 was. Reddy *et al.* (2006) verduidelik dat die grootste variasie in punte in Suid-Afrika voorgekom het. Die punte was meestal baie laag met slegs 'n paar baie hoë punte. Slegs 10% van Suid-Afrikaanse leerders het daarin geslaag om meer as 400 punte, wat die internasionale norm is, te behaal. Die afdeling waarin die Suid-Afrikaanse leerders oor die algemeen die swakste gevaar het, was in meetkunde. Die gemiddelde punte van Suid-Afrikaanse wiskundeleerders in die verskillende inhoudsareas was:

- getalgestelsels (274)
- algebra (275)
- meting (298)
- meetkunde (247)
- datahantering (296) (Reddy *et al.* 2006).

Selfs die leerders in die eks-HvO-skole, die voormalige Wit skole, se prestasie was nie besonder goed nie. Die leerders in hierdie skole se gemiddeld was 468 wat net bo die internasionale gemiddeld is (Reddy *et al.* 2006). Die leerders wat die toets in Afrikaans (hulle moedertaal) afgelê het, het ook baie swak presteer. Reddy *et al.* (2006) verduidelik dat hierdie Afrikaanse leerders se prestasie hulle net bo die gemiddelde punt van leerders in Botswana geplaas het. Dit is die vyfde laagste gemiddeld van die 45 deelnemende lande. Die gemiddelde punt vir die leerders wat die toets in Afrikaans afgelê het ($N = 1040$) was 370 met 'n standaardfout van 23.5 (Reddy *et al.* 2006, Tabel 5.5). Uit Tabel 2 blyk dit dat die leerders in die eks-HvV-skole oorverteenvoerdig (62.5%) was in die Afrikaanse steekproef. Die prestasie van leerders in die eks-DvO-skole wat die TIMSS-toets in Afrikaans afgelê het, word nie in die RGN-verslag genoem nie, maar dit kan wel met redelike akkuraatheid bereken word. Reddy *et al.* (2006, Tabel 5.3) meld in die RGN-verslag dat die gemiddelde prestasie van die leerders in die eks-DOO-skole 227 en in die eks-HvV-skole 314 was. Die aanname in Tabel 3 is dat die leerders in die eks-HvV-skole dieselfde gemiddeld handhaaf in verskillende steekproewe. Die populasiegrootte van die leerders in eks-HvV-skole regverdig so 'n aanname want die steekproefgrootte van al die leerders in die eks-HvV-skole is $N = 1211$, terwyl meer as die helfte ($N = 650$) hiervan ook in

TABEL 1: Die gemiddelde prestasie van graad 8-leerders in Suid-Afrika in TIMSS-studies.

Gemiddelde prestasie	TIMSS 1995	TIMSS 1999	TIMSS 2003	TIMSS 2007	TIMSS 2011
Suid-Afrikaanse gemiddeld	278	275	264	n.v.t.	onbekend
Internasionale gemiddeld	519	521	476	500	-

TIMSS, Trends in International Mathematics and Science Study.



die Afrikaanse steekproef in Tabel 2 ingesluit is (Reddy *et al.* 2006, Tabel 5.3). Die tweede aanname is dat die 77 leerders wat die toets in Afrikaans afgelê het in die eks-DOO-skole dieselfde gemiddeld handhaaf as alle leerders in Suid-Afrika, wat 264 was.

Die waardes in Tabel 3 is vervat in die RGN-verslag en kom voor in Tabel 5.3 (Reddy *et al.* 2006:52), Bylae 3 (Reddy *et al.* 2006:123) en Tabel 5.5 (Reddy *et al.* 2006:55). Dus is die totale aantal punte wat leerders in die eks-DvO-skole wat die TIMSS-toets in Afrikaans afgelê het, $x = (1040 \times 370) - ((77 \times 264) + (650 \times 314)) = 160\,372$. Daar was 313 van hierdie leerders in die 2003-TIMSS-steekproef en daarom is die gemiddeld dus $y = \frac{160\,372}{313} \approx 512$. Hierdie punt verteenwoordig ongeveer 'n tiende plek op die TIMSS-uitslaelys.

Mullis, Martin, Gonzalez en Chrostowski (2004) verduidelik dat die TIMSS-wiskundeprestasieskaal so ontwerp is dat dit ook leerders se kognitiewe vaardighede weerspieël. Dit beteken dat 'n sekere punt in die TIMSS-toets ook die kognitiewe vaardighede van 'n leerling beskryf. Vir hierdie doeleinde het die TIMSS 'n vierpuntskaal ontwikkel. Die vierpuntskaal behels 'n gevorderde, hoë, gemiddelde en lae maatstaf. Mullis *et al.* (2004:64) verduidelik die kategorieë en gepaardgaande punte so:

- **Gevorderd (punt ≥ 625):** Leerders kan inligting organiseer, veralgemenings maak, nieroutineprobleme oplos en gevolgtrekkings uit data maak en dit bewys.
- **Hoog (punt ≥ 550):** Leerders kan hulle kennis en begrip toepas in 'n verskeidenheid relatief komplekse probleme.
- **Gemiddeld (punt ≥ 475):** Leerders kan basiese wiskundekennis in eenvoudige oplossings gebruik.
- **Laag (punt ≥ 400):** Leerders het basiese wiskundekennis.

Die leerders in die totale Afrikaanse steekproef was 370, wat beteken dat die meerderheid van hierdie leerders nie eers oor basiese wiskundekennis beskik nie. Die leerders in die

TABEL 2: Die profiel van Afrikaanse leerders in die 2003-TIMSS-studie in terme van die voormalige apartheidstelsel se rasseklassifikasie en departemente.

Provinsie	eks-DOO	eks-HvV	eks-DvO	Totaal
Gauteng	0	0	32	32
Mpumalanga	0	0	31	31
Noordwes	35	0	0	35
Noord-Kaap	42	236	122	400
Wes-Kaap	0	414	128	542
Totaal	77 (7.4%)	650 (62.5%)	313 (30.1%)	1040

Bron: Reddy, V., Kanjee, A., Diedericks, G. & Winnaar, L., 2006, *Mathematics and science achievement at South African schools in TIMSS 2003*, HSRC, Cape Town

TIMSS, Trends in International Mathematics and Science Study; DOO, skole vir Swart leerders in die voormalige Departement van Onderwys en Opleiding; HvV, skole vir Bruin leerders in die voormalige Huis van Verteenwoordigers; DvO, skole vir Wit leerders in die voormalige Departement van Onderwys.

TABEL 3: Afrikaanse steekproefinligting.

Provinsie	Aantal leerders	Gemiddeld	Totaal van die punte
eks-DOO-skole	77	227	$77 \times 264 = 30\,328$
eks-HvV-skole	650	314	$650 \times 314 = 204\,100$
eks-DvO-skole	313	y	x
Totaal	1040	370	384 800

DOO, skole vir Swart leerders in die voormalige Departement van Onderwys en Opleiding; HvV, skole vir Bruin leerders in die voormalige Huis van Verteenwoordigers; DvO, skole vir Wit leerders in die voormalige Departement van Onderwys.

eks-DvO-skole wat die TIMSS-toets in Afrikaans afgelê het, se gemiddeld het ook nie die gevorderde of hoë vlak bereik nie. In die totale Suid-Afrikaanse steekproef was daar 0% leerders in die gevorderde vlak, 2% in die hoë vlak, 6% in die gemiddelde vlak, 10% in die lae vlak en 82% onder die laagste vlak (Mullis *et al.* 2004:64).

Bespreking van die Afrikaanse skole se uitslae

Die literatuurstudie het getoon dat die fokus van wiskundeonderwys op die ontwikkeling van hoërde wiskundige denke behoort te wees en nie net op die verkryging en aanleer van kennis en prosedurele vaardighede nie. Die TIMSS se gevorderdevlak- (wiskundige denke) en hoëvlak- (toepassing van kennis en begrip) vaardighede kan as hoërde wiskundige denke geklassifiseer word. Die 2003-TIMSS-uitslae het getoon dat al die verskillende groepe, insluitend die leerders van die voormalige Wit Afrikaanse skole, juis 'n probleem met hoërde wiskundige denke het. Nul persent van alle Suid-Afrikaanse leerders het TIMSS se gevorderde vlak bereik. Dit beteken dat Afrikaanse skole se leerders nie wiskundige patrone kan raaksien, veralgemenings kan maak en dit bewys nie. Hierdie leerders bly ook in gebreke as dit kom by die oplos van nieroutineprobleme. Hierdie vaardighede is egter die hart van wiskunde. Die nuwe Suid-Afrikaanse KABV (Department of Basic Education 2011b) verduidelik wat wiskunde is:

Wiskunde is 'n taal wat simbole en notasies gebruik om numeriese, meetkundige en grafiese verwantskappe te beskryf. Dit is 'n menslike aktiwiteit wat die volgende behels: waarneming, voorstelling en ondersoek van patrone, en kwantitatiewe verwantskappe in fisiese en sosiale verskynsels, asook tussen wiskundige voorwerpe self. Dit bevorder die ontwikkeling van logiese en kritiese denke, akkuraatheid en probleemoplossing wat help in besluitneming. Wiskundige probleemoplossing help ons om die wêreld (fisies, sosiaal en ekonomies) om ons te verstaan, en belangriker selfs, dit leer ons om kreatief te dink. (bl. 8, [Afrikaanse weergawe])

Hierin kom onder andere die ontdekking van patrone en verwantskappe asook die gebruik van kritiese en logiese denke vir probleemoplossing voor. Aansluitend hierby verduidelik O'Daffer, Charles, Cooney, Dossey en Schielak (2002) dat hoërdeprosesse soos patroonherkenning 'n belangrike deel van wiskunde is. Die idee dat wiskunde die wetenskap van patrone, strukture en orde is, word wyd aanvaar en gebruik. Hardy (1992:84) beskryf 'n wiskundige as 'n persoon wat patrone ontwikkel, terwyl Resnik (1997) wiskunde as die wetenskap van patrone beskryf. Fried (2004) maak die opmerking dat dit 'n algemene verskynsel is dat wiskunde as die wetenskap van patrone omskryf word. 'n Wiskundige, Marcus du Sautoy, van die Universiteit van Oxford het homself so beskryf: 'I am a mathematician, I see myself as a pattern searcher, hunting down the hidden structures ... in my search for pattern and order ...' [*Ek is 'n wiskundige, ek beskou myself as 'n soeker na patrone, ek speur die verskuilde strukture na ... in my soeke na patrone en orde...*] (BBC 2009). Die gedagte van orde en struktuur sluit



logiese denke en bewysvoering in. Hierdie beskrywing van wiskunde toon sterk ooreenkomste met die TIMSS-toets se gevorderdevlak-beskrywing. Mullis, Martin en Foy (2005:69) verduidelik die TIMSS se gevorderdevlak wiskundige denke, wat ook logiese en sistematiese denke insluit. Dit sluit onder meer induktiewe en deduktiewe denke in, wat gebaseer is op patrone en reëlmatighede wat dan weer gebruik kan word by die oplossings van nieroetineprobleme. Dit is juis hier waar alle Afrikaanse leerders faal. Ons kom dus tot die gevolgtrekking dat die leerders in Suid-Afrika nie wiskunde kan doen nie, insluitend die Afrikaanssprekende leerders.

Dit klink na 'n baie sterk uitspraak, veral omdat die leerders in die eks-DvO-skole wat die TIMSS-toets in Afrikaans afgelê het 'n gemiddelde punt van ongeveer 512 behaal het. Indien hierdie leerders dan nie dit wat as die hart van wiskunde bekend staan, kan doen nie, wat kan hulle wel doen? Hierdie leerders ken wiskundige feite en formules, hulle kan prosedures gebruik, hulle kan wiskundekennis gebruik om eenvoudige probleme op te los en hulle kan vergelykings oplos (Mullis *et al.* 2005). Dit is nie niksbeduidende vaardighede nie. Dit is 'n voorvereiste vir die doen van sinvolle wiskunde. Maar hierdie leerders kan eintlik net doen wat rekenaars (GeoGebra, Microsoft Word, WolframAlpha) vinniger en beter kan doen. Soos reeds bespreek, kan 'n rekenaar nie wiskunde doen nie. Indien die leerders nie meer as dit kan doen nie, kan hulle eintlik niks meer as 'n rekenaar doen nie en kan hulle dus maklik met 'n rekenaar vervang word by hulle toekomstige werkplek. Indien ons die leerders vir die toekoms wil voorberei, sal ons moet sorg dat hulle die laaste twee TIMSS-vlakke bemeester, want dit is waar patroonherkenning (induktiewe denke), bewysvoering (deduktiewe denke) en probleemoplossing voorkom. 'n Rekenaar kan nie probleme oplos, logies dink en patrone ontdek en bewys nie. Die vraag is hoe wiskundeonderwys moet lyk om dit te bewerkstellig.

Effektiewe wiskundeonderrig volgens die TIMSS-videostudie

Die leerders in Amerikaanse skole se prestasie was van só 'n aard dat hulle ook nie die probleme in die twee hoogste kognitiewe TIMSS-vlakke kon bemeester nie. Dit het tot die 1995-TIMSS en 1999-TIMSS-videostudies gelei. Die doel van hierdie videostudies was om die probleem in onderrig in die VSA te ondersoek. Dit het dus die onderrigpraktyke in graad 8-klaskamers van verskillende topline soos Japan en Nederland ontleed en met dié van die VSA vergelyk. Suid-Afrika kan ook baat by hierdie studie aangesien dit lig gewerp het op die onderrigpraktyke van die bes presterende lande. Drie lande, naamlik Duitsland, Japan en die VSA, het aan die eerste 1995-TIMSS-videostudie deelgeneem terwyl die tweede 1999-TIMSS-videostudie sewe lande ingesluit het, naamlik Australië, die Tsjeggiese Republiek, Hongkong, Japan, Nederland, Switserland en die VSA. In die tweede videostudie word die video's van 638 graad 8-wiskundelesse van die verskillende lande ontleed.

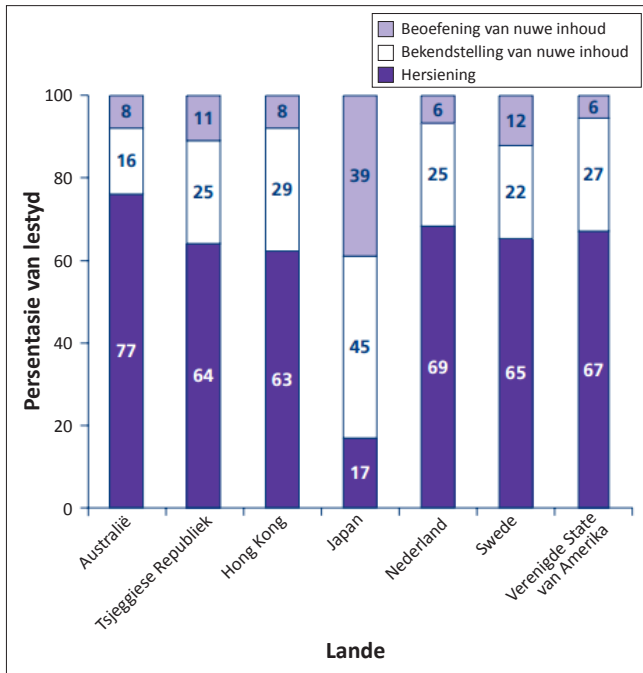
Die verslag 'Highlights from the TIMSS 1999 Video Study of Eighth-Grade Mathematics Teaching' wat deur Hiebert, Gallimore, Garnier, Givvin, Hollingsworth, Jacobs, Chiu, Wearne, Smith, Kersting, Manaster, Tseng, Etterbeek, Manaster, Gonzales en Stigler (2003a) saamgestel is, wys betekenisvolle ooreenkomste en verskille in die onderrig van wiskunde in die spesifieke lande uit. So byvoorbeeld praat al die deelnemende lande se onderwysers baie meer as die leerders in die klas. Daar is ook betekenisvolle verskille in die onderwyspraktyke van die deelnemende lande. Hiebert *et al.* (2003a) verduidelik dat swakker presterende lande soos die VSA en die Tsjeggiese Republiek se wiskundelesse meer klem plaas op die hersiening van die vorige werk, terwyl Japan wat beter presteer het, meer klem plaas op die ontwikkeling van nuwe begrippe.

In die 1999-TIMSS-videostudieverslag word die gemiddelde persentasie van die tyd wat in die verskillende lande aan verskillende fasette van graad 8-wiskundelesse gewy is, duidelik aangedui (sien Figuur 2). In 'n klas waar meer tyd aan hersiening en die aanbring van korreksies van die vorige dag se werk gewy word as aan die ontwikkeling van nuwe begrippe, is daar nie genoeg tyd vir die bemeestering van die nuwe werk nie. Figuur 2 toon aan dat 60% van die klastyd in Japan aan die bekendstelling van 'nuwe' werk bestee word en 'n verdere 16% om hierdie nuwe werk in te oefen. Daarteenoor wy die Amerikaanse onderwysers meer as die helfte van die tyd aan die hersiening van vorige werk.

Die Japannese onderwysers wy nie net meer tyd aan 'nuwe' werk nie, hulle wy ook meer tyd aan moeiliker werk. In Figuur 3 is dit duidelik dat Japan persentasiegewys baie meer probleme doen wat hoërorden denke vereis as die meeste ander skole in die wêreld. Waar Japan 17% van die tyd aan eenvoudige probleme wy, wy die VSA 67% van die klastyd aan hierdie probleme. In die geval van komplekse probleme wy Japan 39% van die klastyd daaraan, teenoor die VSA se 6% (sien Figuur 3).

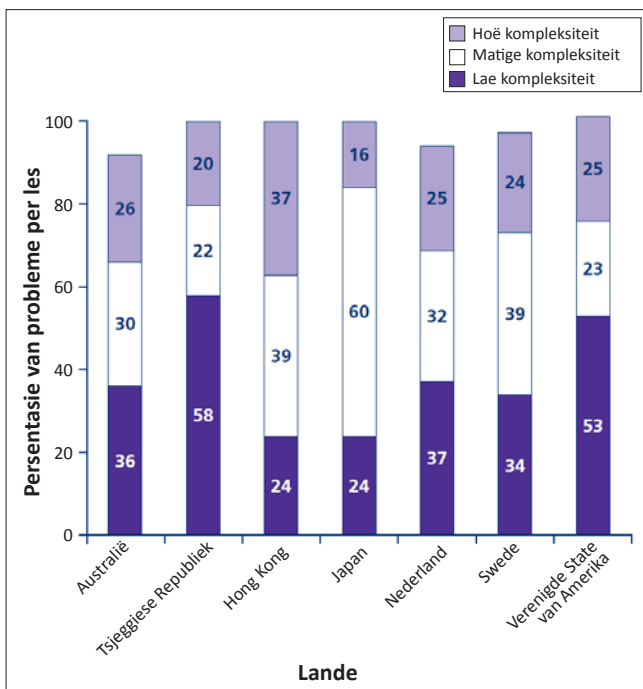
'n Ander belangrike faset by die onderrig van wiskunde is die aard van die probleme wat die leerders in die klas doen. Die 1999-TIMSS-videostudie het die probleme in vier kategorieë verdeel op grond van die verband met die vorige probleem waaraan die leerders gewerk het. Die verwantskappe wat geïdentifiseer is, is herhaling, wiskundig verwant, tematies verwant of onverwant (Hiebert *et al.* 2003a). Herhaling is as 'n probleem geïdentifiseer veral as dit byna dieselfde was as die vorige probleem waaraan die leerders gewerk het of as die oplossing soortgelyke bewerkings vereis as die vorige probleem in die les. Die analise van die data toon dat die Japannese lesse die laagste persentasie (40%) repetisie of herhaling van aktiwiteite het. In al die ander lande is daar 'n gemiddeld van 65% repetisie of herhaling van probleme (Hiebert *et al.* 2003a).

Figuur 4 toon dat wiskundeonderwysers in Japan ook minder tyd aan die aanleer van prosedures wy en meer tyd (54%) om verbintenisse vas te stel as al die ander lande (Nederland uitgesluit).



Bron: Hiebert, J., Gallimore, R., Garnier, H., Givvin, K.B., Hollingsworth, H., Jacobs, et al., 2003b, *Teaching Mathematics in Seven Countries: Results from the TIMSS 1999 Video Study*, National Center for Education Statistics, Washington, DC

FIGUUR 2: Gemiddelde persentasie tyd wat aan verskillende fasette spandeer is.



Bron: Hiebert, J., Gallimore, R., Garnier, H., Givvin, K.B., Hollingsworth, H., Jacobs, et al., 2003b, *Teaching Mathematics in Seven Countries: Results from the TIMSS 1999 Video Study*, National Center for Education Statistics, Washington, DC

FIGUUR 3: Gemiddelde persentasie probleme op verskillende vlakke van prosedurele kompleksiteit in graad 8-wiskundelesse volgens die 1999-TIMSS-videostudie.

Die 1999-TIMSS-videostudiedata het sekere aspekte van onderrig uitgewys wat presterende lande totaal anders doen en waarmee hulle steeds sukses behaal. Hierdie aspekte kan dus as minder belangrik geag word by effektiewe wiskundeonderrig. So is 9% van die probleme waaraan die Japannese leerders werk, lewenswerklike probleme, terwyl

89% wiskundig van aard is en nie direk betrekking het op ons alledaagse lewe nie. Ons sien die omgekeerde tendens in Nederland wat die sewende posisie beklee het. In hulle geval is slegs 40% van die probleme wiskundig van aard terwyl 42% lewenswerklike probleme is. Dit wil voorkom of dit meer belangrik is om meer dikwels aan komplekse probleme, van enige aard, te werk. Dit blyk ook verder uit die goeie prestasie van Nederland dat die gebruik van sakrekenaars in graad 8 nie geblameer kan word vir swak prestasie nie, aangesien 91% van hulle leerders sakrekenaars gebruik om berekeninge mee te maak (Hiebert *et al.* 2003b:115). Die gebruik van rekenaars behoort ook nie erkenning vir goeie prestasie te kry nie omdat Japan se graad 8-leerders glad nie sakrekenaars vir berekeninge gebruik nie. Dit blyk ook uit die verslag van Hiebert *et al.* (2003a) dat die sukses van effektiewe onderrig nie in groepswerk lê nie, aangesien die Nederlandse leerders deurgaans individueel aan probleme werk.

Samevatting

Om leerders vir die toekoms voor te berei, moet hulle wiskundige denke ontwikkel word sodat hulle in staat is om dit te kan doen wat 'n rekenaar nie kan doen nie. Dit beteken dat leerders logies moet kan dink, patrone kan ontdek en bewys en hierdie denke kan gebruik om nieroutineprobleme op te los. Hierdie vaardighede, wat die hart van wiskunde is, is noodsaaklike basiese vaardighede vir die een-en-twintigste eeu. Volgens die 2003-TIMSS-uitslae is die groot probleem in alle Afrikaanse skole die gevorderdevlak TIMSS-vrae wat juis hierdie aspekte toets. Die besprekerende lande se onderrig is van so 'n aard dat hierdie vaardighede wel ontwikkel word. Uit die 1999-TIMSS-videostudie kan algemene riglyne bepaal word deur die onderrigpraktyke van lande soos Japan en Nederland met die praktyke van ander lande te vergelyk. Dit beteken nie dat Afrikaanse skole alles op presies dieselfde wyse as hierdie lande moet doen nie. Onderwys is 'n kulturele aktiwiteit en elke groepering, land of volk behoort dus 'n eie unieke onderrigkultuur te hê. Daar is nie net een manier waarop wiskunde effektief onderrig kan word nie (Stigler & Hiebert 2004). Die 1999-TIMSS-videostudie toon dat lande wat goed presteer se klaskamerpraktyke op verskeie wyses verskil, maar ook duidelike ooreenkomste toon. 'n Belangrike ooreenkoms is dat daar tydens onderrig meer tyd aan die ontwikkeling van die verstaan van begrippe en aan die oplos van moeiliker probleme gewy word (Stigler & Hiebert 2004). Die fokus in die presterende lande val op die ontwikkeling van hoërordedenke deur probleemoplossing. Daar word dus minder tyd afgestaan aan herhaling van roetine of soortgelyke oefeninge wat 'n rekenaar ook kan doen. Die omgekeerde hiervan is 'n tipiese verskynsel in Suid-Afrika. In Suid-Afrika sal 'n onderwyser byvoorbeeld een of meer voorbeelde op die bord doen waarna die leerders 'n hele aantal soortgelyke roetine-oefeninge doen. Die probleem met herhalingsoefeninge is dat dit nie hoërordedenke ontwikkel nie. Dit beteken nie dat die laevlakdenke of oefeninge onbelangrik is nie. Die aktiwiteite waaraan leerders in die klas blootgestel en onderrig moet word, sluit volgens Webb (2010) die hele spektrum van kognitiewe vlakke in.



Die 1999-TIMSS-videostudie het getoon dat die leerders van die presterende lande meer gereeld met aktiwiteite besig is wat hoër kognitiewe denke vereis (Stigler & Hiebert 2004). Dit maak egter nie saak of dit lewenswerklike of abstrakte probleme is nie.

Gevolgtrekking

Die TIMSS-toetse se uitslae wys dat al presteer baie Afrikaanse skole uitstekend in die graad 12-eksamens, hulle heeltemal tekortsiet as dit by hoërordedenke kom. Wat moet verander? Ons klasse, huiswerk, toetse en vraestelle moet fokus op probleme wat hoër kognitiewe denke ontwikkel. Die volgende aanhaling van die National Research Council (2001) benadruk dat wiskundeonderwys meer moet fokus op begripsvorming, wiskundige denkontwikkeling en probleemoplossing en waarsku ook wat die moontlike gevolge kan wees as dit nie gebeur nie:

The currency of value in the job market today is more than computational competence. It is the ability to apply knowledge to solve problems. For students to be able to compete in today's and tomorrow's economy, they need to be able to adapt the knowledge they are acquiring. They need to be able to learn new concepts and skills. They need to be able to apply mathematical reasoning to problems. They need to view mathematics as a useful tool that must constantly be sharpened. In short, they need to be mathematically proficient. Students who have learned only procedural skills and have little understanding of mathematics will have limited access to advanced schooling, better jobs, and other opportunities. If any group of students is deprived of the opportunity to learn with understanding, they are condemned to second-class status in society, or worse. [In die huidige beroepsmerk is die vermoë om berekenings te doen, nie die kernwaarde nie. Dit is die vermoë om kennis toe te pas om probleme op te los. Indien studente in die ekonomie van vandag en more wil bybly, moet hulle in staat wees om die kennis wat hulle verwerf, aan te pas. Hulle moet nuwe begrippe en vaardighede kan aanleer. Hulle moet wiskundige denke op probleme kan toepas. Hulle moet wiskunde beskou as 'n nuttige stuk gereedskap wat voortdurend geslyp moet word. Kortom, hulle moet wiskundig vaardig wees. Studente wat bloot prosedures bemeester het en min wiskundige begrip het, sal beperkte toegang kry tot gevorderde onderrig, beter poste en ander geleenthede. As enige groep studente die kans ontnem word om met begrip te leer, is hulle gedoem tot 'n tweedeklas- of nog swakker status in die samelewing.] (bl. 144, [outeur se eie vertaling])

Dit beteken ook minder afrigting vir toetse en eksamens en meer wiskundige denkontwikkeling. Die probleem is nie noodwendig 'n kurrikulumprobleem nie, maar 'n onderrigprobleem. Dit blyk asof nie die Nasionale Kurrikulumverklaring (NKV) of die nuwe KABV-kurrikulum vir die gebrek aan ontwikkeling van hoërordedenke blameer kan word nie, aangesien daar geen statisties-beduidende verskil tussen Suid-Afrika se prestasie in die 1999-TIMSS- en die 2003-TIMSS-studies was nie, met ander

woorde die tydperk waartydens 'n kurrikulumverandering plaasgevind het.

Erkenning

Mededingende belange

Die outeur verklaar dat hy geen finansiële of persoonlike verbintenis het met enige party wat hom nadelig kon beïnvloed in die skryf van hierdie artikel.

Literatuurverwysings

- Baker, E.L., 1990, 'Developing comprehensive assessments of higher order thinking', in G. Kulm (ed.), *Assessing higher order thinking in mathematics*, pp. 7–20. American Association for the Advancement of Science, Washington, DC.
- British Broadcasting Corporation (BBC), 2009, *The story of Maths: Part 1*, DVD series, British Broadcasting Company.
- Bransford, J.D., Brown, A.L. & Cocking, R.R., 2000, *How people learn: brain, mind, experience, and school*, National Academy Press, Washington, DC.
- Confrey, J. & Lachance, A., 2000, 'Transformative teaching experiments through conjecture-driven research design', in A.E. Kelly & R.A. Lesh (eds.), *Handbook of research design in mathematics and science education*, 4th edn., pp. 231–266, Lawrence Erlbaum Associates, New Jersey.
- Department of Basic Education, South Africa, 2011a, *Report on the National Senior Certificate Examination results: 2010*, Government Printer, Pretoria.
- Department of Basic Education, South Africa, 2011b, *National Curriculum Statement (NCS): Curriculum and Assessment Policy Statement (Further Education and Training Phase Grades 10-12)*, Government Printer, Pretoria.
- Fried, M.N., 2004, 'Steiner and Euclid: the emergence of mathematics as the science of patterns', in *Convergence (Internet Journal of the Mathematics Association of America)*, viewed 11 January, from <http://convergence.mathdl.org>.
- Hardy, G.H., 1992, *A Mathematician's apology*, Cambridge University Press, Cambridge.
- Hiebert, J., Gallimore, R., Garnier, H., Givvin, K.B., Hollingsworth, H., Jacobs, et al., 2003a, *Highlights from the TIMSS 1999 Video Study of Eighth Grade Mathematics Teaching*, National Center for Education Statistics, Washington, DC.
- Hiebert, J., Gallimore, R., Garnier, H., Givvin, K.B., Hollingsworth, H., Jacobs, et al., 2003b, *Teaching Mathematics in Seven Countries: Results from the TIMSS 1999 Video Study*, National Center for Education Statistics, Washington, DC.
- Learning Research and Development Center, 1991, *Thinking Skills*, viewed 22 January 2012, from <http://www.ncrel.org/sdrs/areas/issues/students/atrisk/at6lk4.htm>
- Manzo, A., 1998, 'Higher-order thinking strategies for the classroom: classroom-ready teaching strategies that promote higher-order thinking', viewed 26 January 2012, from <http://members.aol.com/MatT10574/HigherOrderLiteracy.htm>
- Mullis, I.V.S., Martin, M.O., Gonzalez, E.J. & Chrostowski, S.J., 2004, *TIMSS 2003 International Mathematics Report Findings From IEA's Trends in International Mathematics and Science Study at the Fourth and Eighth Grades*, Boston College, Chestnut Hill, MA.
- Mullis, I.V.S., Martin, M.O. & Foy, P., 2005, *Findings from IEA's trends in international mathematics and science study at the fourth and eighth grades*, Boston College, Chestnut Hill, MA.
- National Research Council, 2001, *Adding it up: helping children learn mathematics*, The National Academies Press, Washington, DC.
- O'Daffer, P., Charles, R., Cooney, T., Dossey, J. & Schielak, J., 2002, *Mathematics for elementary school teachers*, 2nd edn., Addison-Wesley, Boston.
- Reddy, V., Kanjee, A., Diedericks, G. & Winnaar, L., 2006, *Mathematics and science achievement at South African schools in TIMSS 2003*, HSRC, Cape Town.
- Resnik, M.D., 1997, *Mathematics as a Science of Patterns*, Clarendon Press, Oxford.
- Stigler, J.W. & Hiebert, J., 2004, 'Improving Mathematics Teaching', *Educational Leadership* 61(5), 12–17.
- Webb, N., 2010, 'Content complexity and depth of knowledge as applicable to research and practice', paper delivered at the ISTE International Conference on Mathematics, Science and Technology Education, Kruger National Park, South Africa, 18–21 October.
- WolframAlpha, 2012, viewed n.d., from <http://www.wolframalpha.com>
- Yelland, N., 1997, 'Developing higher order thinking skills with Logo', viewed 22 February 2011, from <http://it.wce.wvu.edu/necc97/poster2/ozkldz/WebWhacker/WW181.html>