



Navorsing oor voorgraadse wiskundeonderrig: 'n Suid-Afrikaanse perspektief

Authors:

Ansie Harding¹
Johann Engelbrecht¹

Affiliations:

¹Department of Mathematics and Applied Mathematics, University of Pretoria, South Africa

Correspondence to:

Ansie Harding

Email:

aharding@up.ac.za

Postal address:

Private Bag X20, Hatfield 0028, South Africa

Dates:

Received: 01 June 2012
Accepted: 18 Sept. 2012
Published: 06 Nov. 2012

How to cite this article:

Harding, A. & Engelbrecht, J., 2012, 'Navorsing oor voorgraadse wiskundeonderrig: 'n Suid-Afrikaanse perspektief', *Suid-Afrikaanse Tydskrif vir Natuurwetenskap en Tegnologie* 31(1), Art. #358, 7 pages. <http://dx.doi.org/10.4102/satnt.v31i1.358>

Navorsing oor voorgraadse wiskundeonderrig is 'n betreklik nuwe veld wat sy beslag minder as 20 jaar gelede in die Verenigde State van Amerika (VSA) gekry het, en onder die akroniem RUME (Research on Undergraduate Mathematics Education) bekend staan. In Suid-Afrika vorm die navorsers in hierdie veld 'n klein, maar sterk groepie wat sy ontstaan aan die Universiteit van Pretoria gehad het. In dié artikel word daar eerstens 'n kort oorsig oor die internasionale toename in belangstelling en aktiwiteite in hierdie navorsingsveld gegee. Tweedens word die navorsingsveld vanuit 'n Suid-Afrikaanse perspektief beskou. Voorbeelde van navorsingsprojekte word bespreek, asook die beroepspad wat tot navorsing op die gebied lei. Ten slotte word plaaslike aktiwiteite en bestaande internasionale bande in oënskou geneem. Die doel van die artikel is om 'n Suid-Afrikaanse oorsig van die navorsingsveld en -aktiwiteite te bied in die hoop om navorsing oor hierdie belangrike en steeds uitbreiende veld te motiveer en te stimuleer.

Research on undergraduate mathematics education: A South African perspective. Research on undergraduate mathematics education is a relatively new field that originated less than 20 years ago in the United States of America (USA), and that is known under the acronym RUME (Research in Undergraduate Mathematics Education). In South Africa researchers in this field form a small but strong group that originated at the University of Pretoria. In this article a brief overview is firstly given on the international increase in interest and activities in this research field. Secondly the research field is viewed from a South African perspective. Examples of research projects are discussed, as well as the career path that leads to research in this field. Finally local activities and existing international ties are considered. The aim of this article is to give a South African overview of the research field and activities, hoping to motivate and stimulate research in this important and growing field.

Agtergrond

Die benadering tot die aanbied van twintigste-eeuse postsekondêre wiskunde verskil ingrypend van dié van voorafgaande eeue in dié sin dat laasgenoemde benadering opvallend meer abstrak was, met die klem op wiskundige strukture en algebraïese uiteensetting. Daar het mettertyd 'n reaksie teen hierdie benadering ontwikkel, en danksy die visualiseringsmoontlikhede wat die meer onlangse tegnologie ons bied, het die sogenaamde Calculus Reform Movement in die loop van die laaste 20 van die vorige eeu in die Verenigde State van Amerika (VSA) tot stand gekom. Hierdie beweging – met sy filosofie van die konstruksie van wiskundige begrippe deur eerstehandse, persoonlike ontdekking en oefening, modellering, die skryf van wiskunde, en studentedeelname aan klasbesprekings (Schoenfeld 1992; Selden & Selden, 1997) – het spoedig wêreldwye belangstelling ontlok. Die visualisering van begrippe en metodes speel 'n belangrike rol, en in die aanbied van die vak word daar ruimskoots van tegnologie gebruik gemaak.

Navorsing oor voorgraadse wiskundeonderrig, afgekort tot RUME (Research on Undergraduate Mathematics Education), het net voor die eeuwending formeel sy beslag gekry in die VSA. By die jaarlikse gesamentlike konferensie van die American Mathematical Society (AMS) en die Mathematical Association of America (MAA), in Januarie 1999 in Texas, het verskerpte belangstelling in navorsing oor die voorgraadse onderrig van wiskunde gelei tot die stigting van die Association for Research in Undergraduate Mathematics Education (ARUME). 'n Jaar later, by die daaropvolgende konferensie in Washington, het ARUME die eerste SIGMAA (Special Interest Group of the MAA) geword onder die nuwe naam, SIGMAA on RUME.

'n Hoogtepunt in die ontwikkeling van navorsing oor voorgraadse wiskundeonderrig was die internasionale ICME Study Conference wat in Desember 1998 in Singapoer plaasgevind het. Deelname het op uitnodiging geskied, en Johann Engelbrecht was die akademikus wat genooi is om Suid-Afrika te verteenwoordig. Die verrigtinge van hierdie uiters geslaagde konferensie is in 'n waardevolle referatebundel (Holton 2001) gepubliseer.

© 2012. The Authors.
Licensee: AOSIS
OpenJournals. This work
is licensed under the
Creative Commons
Attribution License.



Waar hoort navorsing oor voorgraadse wiskundeonderrig?

Duidelikheid oor waar die swaartepunt van die navorsingsaktiwiteite lê, is 'n belangrike aspek van navorsing oor voorgraadse wiskundeonderrig. Die meeste van die studies in dié veld verg dat die navorsers (of, in spanverband, minstens sommige van hulle) deeglik in tersiêre wiskunde onderlê moet wees (Selden & Selden 2001). Alhoewel sekere algemeen opvoedkundige navorsingsstudies onderneem kan word deur opvoedkundiges wat nie 'n besonder sterk wiskundeagtergrond het nie, verg studies oor wiskundeonderrig op voorgraadse vlak diepgaande vakkennis. Die meeste van die navorsers wat tans op die terrein werk, is dus wiskundiges wat aan wiskundedepartemente verbonde is. Omdat navorsing oor voorgraadse wiskundeonderrig 'n nuwe veld is, was dit aanvanklik ongewoon om 'n onderrignavorser aan 'n wiskundedepartement aan te stel. Dit het egter met verloop van tyd wêreldwyd gebruiklik geword om akademië wat in die nuwe veld spesialiseer in wiskundedepartemente aan te stel. Aan die Universiteit van Pretoria is akademië wat onderrignavorsing doen ook aan ander wetenskapsdepartemente (soos Chemie en Statistiek) verbonde. Hierbenewens leef verskeie navorsingswiskundiges hul belangstelling in onderrig uit deur nie net vakkundig te publiseer nie, maar ook by onderrignavorsing betrokke te raak.

RUME as navorsingsveld

Navorsing op die terrein neem stelselmatig toe en die bevindinge verskyn in vaktydskrifte, verslae en monografieë (Brown & Murphy 2000):

There has been an extraordinary amount of progress in recent years – but the field is still very young, and there is a very long way to go. [*Daar was buitengewone vordering gedurende die afgelope jare – maar die veld is in sy kinderskoene en moet nog ontwikkel.*] (Schoenfeld 2001:235 [outeur se eie vertaling])

Navorsing wat op voorgraadse wiskundeonderrig fokus, gee ons (onder andere) 'n beter begrip van, enersyds, die leerprobleme wat studente ervaar en, andersyds, die beperkinge en tekortkominge van ons onderrigstrategieë (Artigue 2001). Schoenfeld (2001) onderskei twee hoofdoelwitte van navorsing oor wiskundeonderrig:

- Suiwer: Om die aard van wiskundige denke, onderrig en leer te verstaan.
- Toegepas: Om hierdie begrip dan te gebruik om die onderrig te verbeter.

Navorsers oor RUME steun op verwante navorsing oor primêre en sekondêre wiskundeonderrig, opvoedkundige sielkunde, sosiale leer, en ander studieterraine soos leerteorieë, onderwysstrategieë en alternatiewe assesseringtegnieke. Die navorsing word óf vanuit 'n individuele kognitiewe perspektief óf vanuit 'n sosiale perspektief in die klaskamer of groter gemeenskap gedoen (Selden & Selden 2001).

Navorsing oor wiskundeonderrig verskil grotendeels van navorsing oor die vak wiskunde self, en die oorsakelike

van wiskundenavorsing na onderrignavorsing (insluitende navorsing oor leer) verg bykomende vaardighede. Schoenfeld (2001) beskryf die onderrignavorsingsbenadering soos volg:

Findings are rarely definitive; they are usually suggestive. Evidence is not on the order of 'proof', but is cumulative, moving toward conclusions that can be considered to be 'beyond a reasonable doubt'. [*Bevindinge is selde definitief; hulle suggereer eerder moontlikhede. Getuienis is gewoonlik nie 'bewyse' nie, maar is kumulatief, en lei tot gevolgtrekkings wat beskou kan word as 'bo redelike twyfel'.*] (bl. 234, [outeur se eie vertaling])

Die belangrikheid van vakkundige navorsing oor wiskunde is bo verdenking en besorg die navorsers op vele wyses erkenning. Die belangrikheid van goeie wiskundeonderrig op universiteit word al hoe duideliker en belangriker, en lei tot navorsing oor watter praktyke leer tot gevolg het (al dan nie). Innovasie word oral aangemoedig, en goeie onderrigpraktyke word dikwels toenemend met toekennings beloon. Steen (2001) lewer die volgende pittige kommentaar op die belangrikheid van innovering in onderrig:

Mathematics is too important to be left to the mathematicians. The forces of change, growth, and accountability have spread both innovation and mathematics across the post-secondary landscape, freeing mathematics from the confining traditions of university departments and opening it to innovative content and pedagogy of other fields. [*Wiskunde is te belangrik om in die hande van wiskundiges te laat. Die mag van verandering, groei, en aanspreeklikheid het beide innovasie en wiskunde oor die postsekondêre landskap versprei, en het wiskunde bevry van die beperkende tradisies van universiteitsdepartemente en dit oopgestel vir innoverende vakinhoud en pedagogie op ander gebiede.*] (bl. 310, [outeur se eie vertaling])

Die Delta-beweging in die suidelike halfmond

Een van RUME se belangrikste internasionale aktiwiteite, waarby Suid-Afrikaners van meet af aan betrokke was (en steeds is), is die Delta-beweging. Delta is 'n informele beweging (of inisiatief) vir samewerking tussen lande in die suidelike halfmond. Dit fokus op die onderrig en leer van voorgraadse wiskunde en statistiek, en funksioneer sedert die einde van die vorige eeu. Die beweging se tweejaarlikse konferensie is een van sy belangrikste aktiwiteite. Delta word deur 'n informele internasionale komitee bestuur, en die voorsitter is terselfdertyd die organiseerder van die volgende konferensie. Delta is bloot 'n dinamiese gemeenskap van akademië wat hulle vir die verbetering van die onderrig en leer van wiskunde op universiteit beywer. Die konsep van *verandering* in die manier waarop wiskunde op universiteit onderrig word, het tot die naam Delta aanleiding gegee. Dit is 'n gepaste keuse aangesien die universiteitsomgewing deur verandering gekenmerk word.

Die eerste Delta-konferensie is in 1997 in Brisbane, Australië, aangebied, en sedertdien vind konferensies om die beurt in Australië, Suid-Afrika, Nieu-Seeland en Argentinië plaas. By Delta-konferensies word daar voorsiening gemaak vir formele aanbiedings oor navorsing, wat geresenseer en gepubliseer word in 'n spesiale uitgawe van die *International*



Journal for Mathematics Education in Science and Technology (IJMEST). Wiskundedosente aan universiteite wat nie formeel by onderrignavorsing betrokke is nie, woon ook hierdie konferensies by, en lewer dalk verslag oor 'n onderrigervaring of eksperiment wat normaalweg nie as formele navorsing beskou sal word nie, of dikwels net om hul onderrig te verryk. Daar is gewoonlik ook verrykende aanbiedings, waarby sowel dosente as studente kan baat, oor interessante inhoudelike aspekte van voorgraadse wiskunde.

Hierdie beweging vir samewerking het reeds 'n betekenisvolle bydrae tot die onderrig en leer van voorgraadse wiskunde en statistiek gelewer; nie net in die suidelike halfmond nie maar, danksy wêreldwye samewerkingsinisiatiewe, ook internasionaal. Suid-Afrikaners maak deel uit van die kern van die Delta-beweging, en word ook op die stuurkomitee verteenwoordig. Twee van die konferensies is reeds in Suid-Afrika aangebied. Die konferensies se waarde lê sowel in internasionalisering as in die saambring van hierdie groep van belangstellendes uit soveel verskillende lande.

Die weg na navorsing oor voorgraadse wiskundeonderrig

Die loopbaanpad wat na navorsing op hierdie terrein lei, is miskien meer kompleks as dié wat 'n wiskundenavorser sou volg. Ons fokus op die situasie in Suid-Afrika, met die Universiteit van Pretoria as voorbeeld.

Om navorsing oor wiskundeonderrig op tersiêre vlak te doen verg 'n kombinasie van vaardighede. Die navorser moet eerstens oor grondige kennis van wiskunde as vakgebied beskik, en tweedens oor kennis van die navorsingsmetodologie vir wiskundeonderrig, wat kennis van sowel kwantitatiewe as kwalitatiewe metodes insluit. Derdens is kennis van leerteorieë, assessering, onderrigstrategieë en algemene pedagogiek 'n vereiste. Om hierdie rede is vakkennis op nagraadse vlak in sowel wiskunde as onderrig nodig voor iemand onderrignavorsing oor wiskunde op tersiêre vlak kan onderneem.

Die Universiteit se Fakulteit Natuur- en Landbouwetenskappe bied 'n meestersgraad in wiskundeonderrig aan. 'n Honneursgraad in wiskunde is 'n voorvereiste om vir die graad te kan inskryf. In die Suid-Afrikaanse konteks is die graad 'n uitsondering op die reël. Gewoonlik word nagraadse onderrigkwalifikasies binne die Fakulteit Opvoedkunde aangebied, en word daar nie oor voorgraadse wiskundeonderrig navorsing gedoen nie. Die meestersgraad in wiskundeonderrig is saamgestel uit twee wiskundevakke op meestersvlak, twee navorsingsmetodologievakke uit die Fakulteit Opvoedkunde, en 'n verhandeling wat die helfte van die krediete verteenwoordig. Die onderwerp van die verhandeling val binne die terrein van wiskundeonderrig. Met hierdie MSc-grad kwalifiseer 'n persoon vir 'n aanstelling in die Departement Wiskunde en Toegepaste Wiskunde. Daarna kan 'n PhD in wiskundeonderrig behaal word op grond van 'n tesis oor 'n gepaste onderwerp in voorgraadse wiskundeonderrig.

'n Goeie navorsingsrekord in wiskundeonderrig kan beslis tot bevordering in die departement wiskunde en/of toegepaste wiskunde lei. Omdat navorsing oor wiskundeonderrig op tersiêre vlak 'n betreklik nuwe veld is, bestaan daar tipies nog 'n mate van twyfel oor die gepasheid van dié soort navorsing binne 'n wiskundedepartement, ten spyte van internasionale voorbeelde waar die navorsing volledig met die departement wiskunde en/of toegepaste wiskunde geïntegreer is. Aan die Universiteit van Auckland in Nieu-Seeland is navorsing oor wiskundeonderrig byvoorbeeld besonder prominent in die wiskundedepartement; die voormalige departementshoof was trouens 'n wêreldberoemde navorser op die gebied van wiskundeonderrig.

Navorsingsonderwerpe en -vrae

Soos alle ander akademiese navorsingsvelde is onderrignavorsing uiteraard dinamies, en is navorsers voortdurend besig om nuwe navorsingsmoontlikhede te ontdek en te ontgin. Die terrein is te uitgebreid, en die ruimte binne hierdie artikel te beperk om 'n volledige oorsig oor die onderskeie navorsingsrigtings te gee. Ons volstaan dus (meer gepas) met 'n voorbeeldlys van 10 onderwerpe wat dié veld binne die Suid-Afrikaanse konteks kenmerk. By al die onderwerpe wat hieronder genoem word, is Suid-Afrikaners betrokke, en elk van die onderwerpe bied verdere ruimte vir navorsing.

Onderrigintervensies

Verandering is 'n integrale deel van tersiêre onderrig. Nuwe kennis, nuwe maniere van onderrig en nuwe hulpbronne skep geleenthede vir kreatiewe klaskamerpraktyke. Soms noop 'n situasie 'n spesifieke intervensie, en dikwels is dit iets wat reeds elders op die proef gestel is. Artikels wat in joernale verslag lewer oor sulke intervensies bied waardevolle inligting oor hul geslaagdheid al dan nie, en kan tyd en geld spaar. 'n Voorbeeld hiervan is die omvattende Supplemental Instruction-program (SI-program), wat wêreldwyd gebruik word. Die Universiteit van Pretoria het besluit om die program te implementeer as deel van die fokus op eerstejaarmodules wat 'n groot uitwerking op studente se studiepad het. Hoewel die literatuur betreklik uitvoerig oor die sukses van dié program verslag lewer, was daar min inligting oor die implementering van die program vir groot groepe. In hul artikel poog Harding, Engelbrecht en Verwey (2011) om in hierdie leemte te voorsien. Ander innoverende onderrigonderwerpe wat ondersoek kan word, sluit tutorklaspraktyke, die hantering van groot groepe en die gebruik van visuele hulpbronne in.

Assesseringstrategieë

Assessering is nie net 'n integrale deel van onderrig nie, maar is dikwels die dryfkrag wat 'n studente lang ure voor hul lessenaars laat deurbring. Assessering is ook die meganisme waarmee geoordeel word of die student die studiemateriaal bemeester het. 'n Voorbeeldartikel wat op navorsing oor assessering fokus, is dié van Conradie en Frith (2000). 'n Sleutelvraag oor die assessering van groot groepe



is of meervoudigekeusevrae doeltreffend gebruik kan word om wiskunde te assesser met die doel om die nasienlading te verminder. Huntley, Engelbrecht en Harding (2009, 2010) bied 'n antwoord op hierdie vraag én verstrekk 'n metode om die gehalte van meervoudigekeusevrae te beoordeel. Die studie wys dat meervoudigekeusevrae suksesvol gebruik kan word om sekere aspekte van wiskunde te assesser. Ander onderwerpe rakende assessering sluit die waarde van formatiewe assessering, eweknie-assessering en selfassessering in.

Leerprosesse en gevorderde wiskundige denke

Die doel van onderrig is om leer tot gevolg te hê. Onderrig moet leer dus stimuleer en aanmoedig, en die kuns is om só te onderrig dat leer optimaal sal plaasvind. Hoe, wanneer en hoekom leer plaasvind, is 'n onuitputlike bron van fassinerende navorsing. Sommige studente benader die leerprosesse byvoorbeeld meer konseptueel en ander meer prosedureel, en onderrig moet vir hierdie verskille voorsiening maak. 'n Studie deur Engelbrecht, Harding en Potgieter (2005) werp meer lig op dié onderwerp en doen verslag oor studente se denkwyses in die oordrag van vaardighede van wiskunde af na chemie. Konseptuele en prosedurele denke in die wiskundige opleiding van ingenieurstudente is deur Engelbrecht, Bergsten en Kâgesten (2009, 2012) ondersoek.

Universiteitswiskunde verg nie net denke op 'n hoë vlak nie maar ook op 'n wiskundig logiese wyse. Die ontwikkeling van logiese deduktiewe redenering is 'n proses wat oor 'n tydperk van jare geskied, en dikwels as traumaties ervaar word. Dit is nodig om hierdie proses te verstaan en studente daarmee by te staan. Engelbrecht (2010) bied 'n voorstel vir hoe om struktuur aan die proses te verleen. 'n Onderwerp wat hierby aansluit en wat nog baie onbeantwoorde navorsingsvrae bied, is hoe studente binne groepsverband leer (veral met betrekking tot koöperatiewe leer). Met behulp van tegnologie word induktiewe redenering aangemoedig, waarna deduktiewe redenering volg.

Tegnologie in onderrig en leer

Die tegnologiegolf het onderrig in die negentigerjare getref, en destyds is voorspel dat residensiële universiteite heeltemal sal verdwyn en onderrig grotendeels via die internet sou plaasvind. Alhoewel daar vandag besef word dat persoonlike kontak van kardinale belang is, het tegnologie nogtans 'n onteenseglik groot invloed op onderrig en leer – en dié invloed word steeds groter. Nuwe lesinglokale word beplan sodat tegnologie sinvol gebruik kan word, met 'n skryfbord slegs as tweede of derde opsie. Sagewarepakkette vir wiskunde is so kragtig dat daar selfs twyfel is of pen-en-papiervaardighede in differensie en integrasie nog nodig is. Internetstelsels wat onderrig bestuur, is aan die orde van die dag. Vir elke wiskundemodule is daar 'n webtuiste wat meer as net 'n kommunikasiemedium is: dit bied byvoorbeeld ook assesseringsopsies, groepsleeropsies en baie meer.

Die invloed van tegnologie op onderrig en leer bied 'n ryk veld vir navorsing, soos blyk uit studies deur Frith, Japhta

en Prince (2004), asook deur Engelbrecht en Harding (2004, 2005a, 2005b). Aan die Universiteit van Stellenbosch is die groep Teaching with Technology gestig, wat die gebruik van tegnologie in onderrig aanmoedig en ondersoek. Ander navorsingsonderwerpe behels die doeltreffendheid van die gebruik van klikkers om interaksie in groot groepe aan te moedig, die gebruik van Tablet PC's as 'n gerieflike en doeltreffende manier om vir groot groepe klas te gee, en die suksesvolle integrering van sagewarepakkette in voorgraadse leerplanne.

'n Nuwe studentekorps betree die universiteit jaarliks; nuwe fasiliteite raak dikwels beskikbaar; en nuwe onderrigmetodes word voortdurend ontwikkel. Die moontlikhede vir kreatiewe onderrig is dus onbeperk. Gepaardgaande hiermee is navorsing nodig om te bepaal wat goed werk (of nie) en hoe om nuwe tendense na te volg. Die publikasie van navorsingsbevindinge is nodig om kennis te versprei. Die sogenaamde mengleermetode (*blended learning*) is 'n voorbeeld van nuwe tendense, wat 'n direkte uitvloeisel van die koms van tegnologie is, in onderrig en leer. Harding *et al.* (2005) het byvoorbeeld 'n taksonomie ontwikkel om die mengleerverhouding tussen die gebruik van tegnologie enersyds, en aangesig-tot-aangesigkontak andersyds, in 'n wiskundemodule te bepaal.

Professionele ontwikkeling

Om op universiteitsvlak te doseer word akademiese kwalifikasies in die vakgebied vereis, maar gewoonlik geen formele onderrigkwalifikasie nie. Hierdie kommerwekkende situasie maak die instel van 'n professionele kwalifikasie in die onderrig van wiskunde op tersiêre vlak al hoe meer aktueel. Daar is voorbeelde van sulke kwalifikasies aan buitelandse universiteite, maar nie in Suid-Afrika nie. Die kwessie regverdig deeglike ondersoek, soos dié van Houston *et al.* (2006). Daar is wel voorbeelde van kort, inleidende kursusse vir nuwe dosente aan verskeie plaaslike universiteite. Die vraag na die vaardighede en opleiding waarvoor onderwysassistente binne 'n departement moet beskik, gaan hand aan hand met die professionele ontwikkeling van dosente.

'n Ander onderwerp wat wêreldwyd al hoe meer aandag kry, is graderingsvaardighede, ofte wel oor watter vaardighede graduandi moet beskik om 'n suksesvolle oorgang van die studie- na die werksomgewing te maak. Binne die Suid-Afrikaanse konteks is die kwessie nog nie ondersoek nie.

Suksesvolle onderrig verg meer van die dosent as net vakinhoudelike kennis. Formeel word daar gepraat van navorsing oor pedagogiese vakinhoudskennis. In die opleiding van wiskundeonderwysers word daar tussen inhoudelike vakkennis en pedagogiese kennis onderskei, wat nog verder verfyn word na wiskundige onderrigkennis. Dié onderskeid word onderblyktoon, en die rede hiervoor is dat daar (soos reeds genoem) van akademici verwag word om studente te onderrig sonder dat hulle oor enige opvoedkundige agtergrond of kwalifikasie beskik. Dit is 'n



navorsingsterrein wat op tersiêre vlak nog redelik braak lê en gevolglik uitstekende navorsingsmoontlikhede bied.

Studente se siening en ervaring van wiskunde

Studente kom universiteit toe met 'n sekere doel voor oë, en beskik oor of ontwikkel (hopelik) mettertyd 'n duidelike toekomsvisie. Omdat hierdie visie van student tot student verskil, het hulle verskillende begrippe van wat wiskunde is en watter uitwerking wiskunde (kan) uitoefen op hul verdere studie en die beroep wat hulle beoog. Hierdie siening en ervaring van studente oor wiskunde beïnvloed op sy beurt die wyse waarop onderrig aangebied moet word om ten beste in studente se behoeftes te voorsien. 'n Internasionale studie oor studente se siening en ervaring van wiskunde, waarin sewe lande betrek is, is gedoen deur Petocz *et al.* (2007), Houston *et al.* (2010) en Wood *et al.* (2012), maar die onderwerp is nog lank nie uitgeput nie. Ander navorsingsonderwerpe wat hierby aansluit, is die kwessie van studente se akademiese volwassenheid, en hoe om só te onderrig dat dit studente in staat stel om onafhanklik te leer. Engelbrecht en Harding (2006) doen verslag oor hoe web-onderrig in tersiêre wiskunde tot die kweek van akademiese volwassenheid kan bydra. Toenemende studentegetalle en groter klasgroepe aan universiteite maak navorsing oor akademiese volwassenheid al hoe meer aktueel.

Rol van taal in onderrig en leer

Suid-Afrika is 'n land van vele tale, en moedertaalonderrig is 'n voorreg wat die meeste studente slegs op skoolvlak kan smaak, en op hoërskool net in Afrikaans of Engels. Die meeste studente word op universiteit in hul tweede taal onderrig. Die vraag is of, en in hoe 'n mate, tweedetaalonderrig prestasie in 'n wetenskaplike vak soos wiskunde beïnvloed. Hierdie vraag kom in Naudé *et al.* (2005) aan die bod. Die onderwerp is nog geensins uitgeput nie en laat gevolglik heelwat ruimte vir verdere navorsing. Een invalshoek sou kon wees hoe die aanstelling van wiskundiges, uit verskeie nie-Engelssprekende lande in Afrika, in akademiese poste aan Suid-Afrikaanse universiteite studente se prestasie beïnvloed, aangesien dit selde vir studente maklik is om wiskunde te volg wanneer dit met 'n vreemde aksent, dikwels gepaardgaande met vreemde taalgebruik, aangebied word. Die invloed van dié onderrigpraktyk op leer is 'n oppe navorsingsvraag.

Oorgang van skool na universiteit

Die jong Suid-Afrikaanse demokrasie, wat nog maar in sy tienerjare verkeer, het verskeie veranderinge teweeggebring, waaronder die hervorming van die onderrigstelsel op skoolvlak. Die sogenaamde uitkomsgebaseerde onderwysstelsel (UGO) is oor 'n lang tydperk ingefaseer, en die implementering daarvan was redelik kontroversieel en ook nie sonder probleme nie. Die eerste studente wat hul volledige skoolopleiding ingevolge die UGO-stelsel ontvang het, het die universiteit in 2009 betree. Hierdie studente se vaardighede en prestasie, veral in wiskunde, is met groot belangstelling gevolg, sowel in die media as deur akademië.

Verskeie artikels oor bogenoemde onderwerp het die lig gesien, soos Engelbrecht, Harding en Phiri (2010) en Engelbrecht en Harding (2008, 2009). Dit het geblyk dat die gaping tussen skool en universiteit steeds groter word, en die oorgang meer problematies. ASSAf (2010) het 'n forum onder die naam Mind the Gap aangebied met die doel om gedagtes oor hierdie probleem uit te ruil, en daar is landswyd oor ervarings en intervensies verslag gedoen. Inligting oor spesifieke voorbeelde van inisiatiewe wat universiteite ingestel het om die gaping te oorbrug is vervat in Craig (2009). Dit het gebruiklik geword dat universiteite verlengde of aanvullende programme aanbied vir studente wat potensiaal het, maar nie aan die toelatingsvereistes voldoen nie (Grayson 1997, 2010; Snyders 2010). Die sukses van dié programme word met groot belangstelling dopgehou. HELTASA (Higher Education Learning and Teaching Association of Southern Africa) (2010) het 'n boekie saamgestel waarin verskeie universiteite oor hul verlengde programme (in verskeie studierigtings) verslag doen; ongelukkig is daar slegs enkele wat oor wiskundeprogramme verslag doen, en dan boonop nie in besonderhede nie. Dit is moeilik om selfs net die kriteria vir sukses in sulke programme te bepaal, en hierdie onderwerp laat baie ruimte vir navorsing. Die kriteria vir toelatingstoetse vir sulke programme is landswyd van belang. Die sogenaamde AARP-toetse (Alternative Admissions Research Project) (Haeck *et al.*, 1997) is algemeen gebruik totdat hulle 'n paar jaar gelede deur die NBT-toetsbatterij (National Benchmark Tests) vervang is. Soos genoem, bied die geslaagdheid van sulke toetse vrugbare en belangrike navorsingsmoontlikhede (HESA 2009).

Sosiale verskynsels rakende wiskunde

Aangesien wiskunde nie binne 'n vakuum beoefen word nie, het sosiale verskynsels 'n invloed op, onder meer, studentegetalle en studentedemografie. In Australië verteenwoordig die studentebevolking byvoorbeeld 'n baie meer volwasse groep as in Suid-Afrika, 'n verskynsel wat aan die beskikbaarheid van finansiering gekoppel kan word. In Suid-Afrika het die getal studente wat hulle vir 'n graad in wiskunde inskryf in die negentigerjare dramaties gedaal (Engelbrecht & Harding 2003); en ofskoon die studentetalle in die daaropvolgende dekade weer toegeneem het, het die herstel nie ten opsigte van suiwer wiskunde gegeld nie (Engelbrecht & Harding 2009). Die sosiale faktore wat hiervoor verantwoordelik is, bied navorsingsgeleenthede wat waardevolle inligting aan tersiêre instansies, en spesifiek aan wiskundedepartemente, kan verskaf.

'n Ander interessante sosiale verskynsel is die neiging by vroue om op volwasse leeftyd 'n doktorsgraad in wiskunde of wiskundeonderrig aan te pak – veel later as mans. Hierdie verskynsel is in Harding, Wood en Muchatuta (2010) ondersoek. Dit is 'n sosiale verskynsel wat verband hou met die rol van die vrou binne 'n gesin én binne die werksomgewing, met inagneming van die kragte wat op haar besluite en aktiwiteite inwerk. In Suid-Afrika, met sy unieke bevolkingsamestelling, is daar baie sosiale verskynsels wat 'n invloed op wiskundeonderrig uitoefen en vrugbare onderwerpe vir navorsing bied.



Vakkundige navorsing op voorgraadse vlak

Die onderwerpe wat tot dusver genoem is, het 'n sterk opvoedkundekomponent. Vakkundige navorsing is egter geensins uitgesluit nie, en is boonop uiters bevredigend. Een voorbeeld van navorsing oor wiskunde op voorgraadse vlak is 'n projek oor die visualisering van komplekse wortels van funksies (Harding & Engelbrecht 2007a, 2007b, 2009). Dié studie toon dat die bekende funksies, soos die trigonometriese funksies, die eksponensiële funksie en die polinome, 'sibling'-krommes in die driedimensionele ruimte het, wat gedefinieer word deur die komplekse vlak as vloer en die reële as vertikale waarde-as. Hierdie *siblings* sny die vloer in die komplekse wortels van die funksies, wat visueel treffend voorgestel kan word. Die navorsing is 'n voorbeeld van hoe daar in voorgraadse wiskunde steeds onderwerpe is wat dieper ondersoek regverdig, en bowendien in 'n veld wat wye belangstelling geniet – danksy tegnologie.

Aktiwiteite van die gemeenskap

Een van die belangrikste aktiwiteite in 'n nuwe navorsingsveld is om 'n gemeenskap van akademici met soortgelyke belangstellings te bou, en daarom is dit belangrik om aktiwiteite aan te bied wat belangstellendes lok. Alhoewel die swaartepunt van navorsing oor voorgraadse wiskundeonderrig in Suid-Afrika tans in die Universiteit van Pretoria gesetel is, het hierdie gemeenskap ook sterk wortels aan die Universiteit van Kaapstad, die Universiteit van die Witwatersrand, die Universiteit van Stellenbosch én aan die Nelson Mandela Metropolitaanse Universiteit.

Een van die Universiteit van Pretoria se suksesvolle aktiwiteite wat baie belangstelling ontlok, is die MUTI-seminaarreeks (Mathematics for Undergraduates Teaching Initiative), wat graag deur belangstellendes van naburige universiteite bygewoon word. Omdat besoeke aan ander universiteite sowel die uitbou van die gemeenskap as navorsingsaktiwiteite stimuleer, is dit belangrik om wedersydse besoeke tussen universiteite te bewerkstellig, hetsy vir slegs een aanbieding of vir 'n langer besoek. Dit is besonder waardevol om besoekers uit die buiteland te ontvang en sodoende meer oor hul onderrigpraktyke en -intervensies te wete te kom. Die Delta-inisiatief (wat vroeër bespreek is) bied aan Suid-Afrika nie net 'n besonder goeie platform vir deelname binne die internasionale gemeenskap nie, maar ook die geleentheid om die Suid-Afrikaanse gemeenskap saam te trek.

Daar bestaan 'n hele paar internetbesprekingsgroepe waarin daar oor voorgraadse wiskunde gesels word. Soekbare argiewe met baie van hierdie gesprekke kan op Math Forum geraadpleeg word.

Interdissiplinêre bande binne 'n enkele universiteit stimuleer navorsing en skep 'n breër perspektief. Afgesien van die feit dat interdissiplinêre navorsing uiteraard interessant is, is dit verrykend om saam te werk met kollegas uit ander departemente met soortgelyke uitdagings, maar met ander perspektiewe. Die meeste universiteite het 'n sentrale

eenheid wat onderrig en leer kampuswyd stimuleer en monitor. Aan die Universiteit van Pretoria vervul die Departement Onderriginnovasie, wat aan die voerpunt van nuwe ontwikkelinge in onderrig staan, hierdie funksie. Noue samewerking met dié departement bied wiskundiges die geleentheid om proefkonyn te wees vir innovasies waaruit uitstekende navorsingsgeleenthede voortspruit. Sulke samewerking verleen ook aan 'n departement as geheel erkenning vir die ywer waarmee onderrig benader word.

Joernale waarin gepubliseer word

Alhoewel daar min joernale is wat artikels slegs oor voorgraadse wiskundeonderrig publiseer, aanvaar heelparty van dié joernale wat op wiskundeonderrig fokus, artikels oor tersiêre wiskundeonderrig. 'n Paar van die meer bekende internasionale joernale is:

- *Journal for Research in Mathematics Education*
- *Educational Studies in Mathematics*
- *International Journal of Mathematics Education in Science and Technology*
- *Mathematics Education Research Journal*
- *Journal of Mathematical Behavior*
- *Proceedings of the PME and PME-NA*
- *Recherches en Didactiques des Mathématiques*
- *For the Learning of Mathematics*
- *International Journal of Computers for Mathematical Learning.*

Plaaslik publiseer joernale soos *Pythagoras* en die *African Journal of Research in Mathematics, Science and Technology Education* ook artikels oor voorgraadse wiskundeonderrig.

Slotsom

Hierdie artikel het hom ten doel gestel om 'n oorsig van die navorsingsveld en -aktiwiteite ten opsigte van voorgraadse wiskundeonderrig in Suid-Afrika te gee, om sodoende navorsing oor dié belangrike ontluikende veld te motiveer en te stimuleer. Dit is nodig om meer mense bewus te maak van die bestaan en die moontlikhede van die betreklik nuwe navorsingsveld. Onderrig in Suid-Afrika bied uitdagende geleenthede vir navorsing, en die veld van voorgraadse wiskundeonderrig bied spesifiek eiesoortige, en terselfdertyd lonende, geleenthede vir navorsing, soos uit die veelvuldige voorbeelde blyk. Die artikel verleen insig in wat plaaslik gebeur en bied inligting oor die geleenthede wat bestaan. Dit is nie net van belang vir individue wat in hierdie terrein belang sou stel nie, maar ook vir wiskundedepartemente wat die navorsingsmoontlikhede in die betrokke veld oorweeg.

Erkenning

Mededingende belange

Die outeurs verklaar hiermee dat hulle geen finansiële of persoonlike verbintenis het met enige party wat hulle nadelig kon beïnvloed het in die skryf van hierdie artikel nie.

Outeursbydrae

A.H. (Universiteit van Pretoria) was die projekteier en was verantwoordelik vir die konsep en uitleg van die artikel.



J.E. (Universiteit van Pretoria) was verantwoordelik vir die agtergrond, literatuurstudie en internasionale perspektief. Alle ander skryfwerk is deur A.H. (Universiteit van Pretoria) gedoen. Die twee outeurs het gesamentlik die artikel verfyn en geredigeer.

Literatuurverwysings

- Artigue, M., 2001, 'What can we learn from educational research at the university level?', in D. Holton (ed.), *The teaching and learning of mathematics at university level*, pp. 207–220, Kluwer, Dordrecht.
- ASSAf, 2010, *STEM "Mind the Gap" Forum List of Abstracts*, viewed 07 May 2012, from <http://www.assaf.org.za/stem-mind-the-gap-forum/>
- Brown, C.M. & Murphy, T.J., 2000, 'Research in undergraduate mathematics education', *Reference Services Review* 28(1), 65–81. <http://dx.doi.org/10.1108/00907320010313858>
- Conradie, J. & Frith, J., 2000, 'Comprehension tests in mathematics', *Educational Studies in Mathematics* 42(3), 225–235. <http://dx.doi.org/10.1023/A:1017502919000>
- Craig, T.S., 2009, 'It's not my job to teach them this stuff!' Development of school mathematics skills within the tertiary environment', *Proceedings of Southern Right Delta '09, The Seventh Southern Hemisphere on the Teaching and Learning of Undergraduate Mathematics and Statistics*, Gordon's Bay, 29 November – 04 Desember, 2009, n.p.
- Engelbrecht, J., 2010, 'Adding structure to the transition process to advanced mathematical activity', *International Journal of Mathematics Education in Science and Technology* 41(2), 143–154. <http://dx.doi.org/10.1080/00207390903391890>
- Engelbrecht, J., Bergsten, C. & Kägesten, O., 2009, 'Undergraduate students' preference for procedural to conceptual solutions to mathematical problems', *International Journal of Mathematics Education in Science and Technology* 40(7), 927–940. <http://dx.doi.org/10.1080/00207390903200968>
- Engelbrecht, J., Bergsten, C. & Kägesten, O., 2012, 'Conceptual and procedural approaches to mathematics in the engineering curriculum: Student conceptions and performance', *Journal of Engineering Education* 101(1), 138–162.
- Engelbrecht, J. & Harding, A., 2003, 'Is mathematics running out of numbers?', *South African Journal of Science* 99(1/2), 17–20.
- Engelbrecht, J. & Harding, A., 2004, 'Combining online and paper assessment in a web-based course in undergraduate mathematics', *Journal of Computers in Mathematics and Science Teaching* 23(3), 217–231.
- Engelbrecht, J. & Harding, A., 2005a, 'Teaching undergraduate mathematics on the internet 1: Technologies and taxonomy', *Educational Studies in Mathematics* 58(2), 235–252. <http://dx.doi.org/10.1007/s10649-005-6456-3>
- Engelbrecht, J. & Harding, A., 2005b, 'Teaching undergraduate mathematics on the internet 2: Attributes and possibilities', *Educational Studies in Mathematics* 58(2), 253–276. <http://dx.doi.org/10.1007/s10649-005-6457-2>
- Engelbrecht, J. & Harding, A., 2006, 'Impact of web-based undergraduate mathematics teaching on developing academic maturity: A qualitative investigation', *Proceedings of the 8th Annual Conference on WWW Applications, Bloemfontein, South Africa, 2006*, viewed 05 May 2012, from <http://www.zaw3.co.za>
- Engelbrecht, J. & Harding, A., 2008, 'The impact of the transition to outcomes-based teaching on university preparedness in mathematics in South Africa', *Mathematics Education Research Journal* 20(2), 57–70. <http://dx.doi.org/10.1007/BF03217477>
- Engelbrecht, J. & Harding, A., 2009, 'New numbers in mathematics in South Africa', *International Journal of Mathematics Education in Science and Technology* 40(1), 73–86. <http://dx.doi.org/10.1080/00207390802597738>
- Engelbrecht, J., Harding, A. & Phiri, P., 2010, 'Are OBE trained students ready for university mathematics?', *Pythagoras* 72, 3–13.
- Engelbrecht, J., Harding, A. & Potgieter, M., 2005, 'Undergraduate students' performance and confidence in procedural and conceptual mathematics', *International Journal for Mathematics Education in Science and Technology* 36(7), 701–712. <http://dx.doi.org/10.1080/00207390500271107>
- Frith, V., Jaftha, J. & Prince, R., 2004, 'Evaluating the effectiveness of interactive computer tutorials for an undergraduate mathematical literacy course', *British Journal of Educational Technology* 35, 159–171. <http://dx.doi.org/10.1111/j.0007-1013.2004.00378.x>
- Grayson, D.J., 1997, 'A holistic approach to preparing disadvantaged students to succeed in tertiary science studies. Part II. Outcomes of the Science Foundation Programme', *International Journal of Science Education* 19(1), 107–123. <http://dx.doi.org/10.1080/09500699701901008>
- Grayson, D.J., 2010, *Design of the Engineering Augmented Degree Programme*, viewed 26 April 2012, from <http://www.assaf.org.za/wp-content/uploads/2010/10/Grayson-Engineering-Augmented-Degree.pdf>
- Haeck, W., Yeld, N., Conradie, J., Robertson, N. & Shall, A., 1997, 'A developmental approach to mathematics testing for university admissions and course placement', *Educational Studies in Mathematics* 33(1), 71–91. <http://dx.doi.org/10.1023/A:1002974021690>
- Harding A. & Engelbrecht J., 2007a, 'Sibling curves and complex roots 1: Looking back', *International Journal of Mathematics Education in Science and Technology* 38(7), 963–973.
- Harding A. & Engelbrecht J., 2007b, 'Sibling curves and complex roots 2: Looking ahead', *International Journal of Mathematics Education in Science and Technology* 38(7), 975–985.
- Harding A. & Engelbrecht J.C., 2009, 'Sibling curves 3: Imaginary siblings and tracing complex roots', *International Journal of Mathematics Education in Science and Technology* 40(7), 989–996.
- Harding A., Engelbrecht J., Lazenby K. & le Roux I., 2005, 'Blended learning in mathematics: Flexibility and Taxonomy', in C. Bonk & C. Graham (eds.), *Handbook of Blended Learning Environments: Global Perspectives, Local Designs*, pp. 400–416, Pfeiffer Publishing, San Francisco, USA.
- Harding, A., Engelbrecht, J. & Verwey, A., 2011, 'Implementing Supplemental Instruction (SI) for a large group in mathematics', *International Journal for Mathematics Education in Science and Technology* 42(7), 847–856.
- Harding A., Wood L. & Muchatuta M., 2010, 'Try and catch the wind: Women who do doctorates in mathematics at a mature stage in their lives', in H. Forgasz, J.R. Becker, K. Lee & O.B. Steinhorsdottir (eds.), *International Perspectives on Gender and Mathematics Education*, pp. 391–420, Information Age Publishing, USA.
- HELTASA, 2010, *Success Stories in Foundation / Extended Programmes*, viewed 02 May 2012, from <http://www0.sun.ac.za/heltasa/mod/resource/view.php?id=50>
- HESA, 2009, 'National benchmark tests project, Report on the February 2009 Pilot Tests. University of the Western Cape', viewed 07 May 2012, from http://www.uwc.ac.za/usrfiles/users/4196080617/Microsoft_Word_Final_June_NBT_UWC_Report_Pilots_2009.pdf
- Holton, D., 2001, *The teaching and learning of mathematics at university level*, Kluwer, Dordrecht.
- Houston K., Mather G., Wood L., Petocz P., Reid A., Harding A., et al., 2010, 'Is there life after modelling? Student conceptions of mathematics', *Mathematics Education Research Journal* 22(2), 69–80. <http://dx.doi.org/10.1007/BF03217566>
- Houston, S.K., Wood, L.N., Engelbrecht, J., Harding, A., Kägesten, O., Holton, D., et al., 2006, 'Professional development of mathematics academics', *Proceedings of the 3rd International Conference on the Teaching of Mathematics at the undergraduate level, Istanbul, Turkey, 30 Junie – 05 Julie 2006*, John Wiley and Sons.
- Huntley, B., Engelbrecht J. & Harding A., 2009, 'Can multiple choice questions be successfully used as an assessment format in undergraduate mathematics?', *Pythagoras* 69, 3–16.
- Huntley, B., Engelbrecht J. & Harding A., 2010, 'A model for measuring the quality of a mathematics question', *Far East Journal of Mathematics Education* 5(2), 141–171.
- Naude A., Engelbrecht J., Harding A. & Rogan J., 2005, 'The influence of second language teaching on undergraduate mathematics performance', *Mathematics Education Research Journal* 17(3), 3–21. <http://dx.doi.org/10.1007/BF03217419>
- Petocz, P., Reid, A., Wood, L., Smith, G., Mather, G., Harding, A., et al., 2007, 'Undergraduate students' conceptions of mathematics: An international study', *International Journal of Science and Mathematics Education* 5, 439–459. <http://dx.doi.org/10.1007/s10763-006-9059-2>
- Schoenfeld, A.H., 1992, 'Purposes and methods of research in mathematics', in D. Grouwes (ed.), *Handbook for research on mathematics teaching and learning*, Macmillan, New York.
- Schoenfeld, A.H., 2001, 'Learning to think mathematically: Problem solving, meta-cognition and sense-making in mathematics', in D. Holton (ed.), *The teaching and learning of mathematics at university level*, pp. 221–236, Kluwer, Dordrecht.
- Selden, A. & Selden, J., 1997, 'Enthusiasm for research in collegiate mathematics education grows', *FOCUS: The Newsletter of the Mathematical Association of America* 17, 1–3.
- Selden, A. & Selden, J., 2001, 'Tertiary mathematics education research and its future', in D. Holton (ed.), *The teaching and learning of mathematics at university level*, pp. 237–254, Kluwer, Dordrecht.
- Snyders, M., 2010, 'Student support through extended programmes at South African universities', *23rd International Conference on the first year experience*, Hawaii, 07–10 Junie 2010, viewed 07 May 2012, from http://www.google.com/search?q=23rd+first+year+experience+conference+hawaii&rls=com.microsoft:en-za:IE-SearchBox&ie=UTF-8&oe=UTF-8&source=ie7&rlz=117ADFA_enZA471
- Steen, L.A., 2001, 'Revolution by stealth: Redefining university mathematics', in D. Holton (ed.), *The teaching and learning of mathematics at university level*, pp. 303–312, Kluwer, Dordrecht.
- Wood, L.N., Mather, G., Petocz, P., Reid, A., Engelbrecht, J., Harding, A., et al., 2012, 'University students' views of the role of mathematics in their future', *International Journal of Science and Mathematics Education* 10(1), 99–119. <http://dx.doi.org/10.1007/s10763-011-9279-y>