

Die Suid-Afrikaanse uitgebreide maritieme gebied: 'n Alternatiewe metode vir die bepaling van die voet van die kontinentale helling

NA PANTLAND

Instituut vir Maritieme Tegnologie, Posbus 181, Simonstad, 7995, Republiek van Suid-Afrika,
e-pos: npantland@gmail.com

JH VAN VUUREN

Departement Wiskundige Wetenskappe, Universiteit van Stellenbosch, Privaatsak X1, Matieland,
7602, Republiek van Suid-Afrika, e-pos: vuuren@sun.ac.za

Uittreksel

Kuslande het 'n eenmalige geleentheid om by die Verenigde Nasies (VN) aansoek te doen om 'n uitgebreide maritieme gebied, indien hul wetenskaplik kan toon dat die voet van die kontinentale helling (VKH) buite hul soewereine 200 seemyl eksklusiewe ekonomiese sone geleë is. Die VN definieer geomorfologies die VKH as die kromme van maksimale buiging tussen die afplattende kontinentale helling en die bodem van die diepsee. In hierdie artikel word daar getoon hoe gediskretiseerde tegnieke uit differensiaalmeetkunde suksesvol gebruik kan word om die VKH benaderd uit satelliet seebodem dieptedata te bepaal, sonder om van data gladstrykingstegnieke gebruik te maak. Hierdie differensiaalmeetkundige benadering is 'n alternatief tot 'n huidige, wyd-gebruikte tegniek vir die bepaling van die VKH en toon dat internasionale spekulasie oor die opportunisme van hierdie tegniek bloot vanuit 'n geomorfologiese perspektief geregverdig mag wees. Die numeriese resultate wat verkry word, is 'n wetenskaplik verantwoordbare aanwyser ten opsigte van die moontlike ligging van die VKH rondom die Suid-Afrikaanse kus.

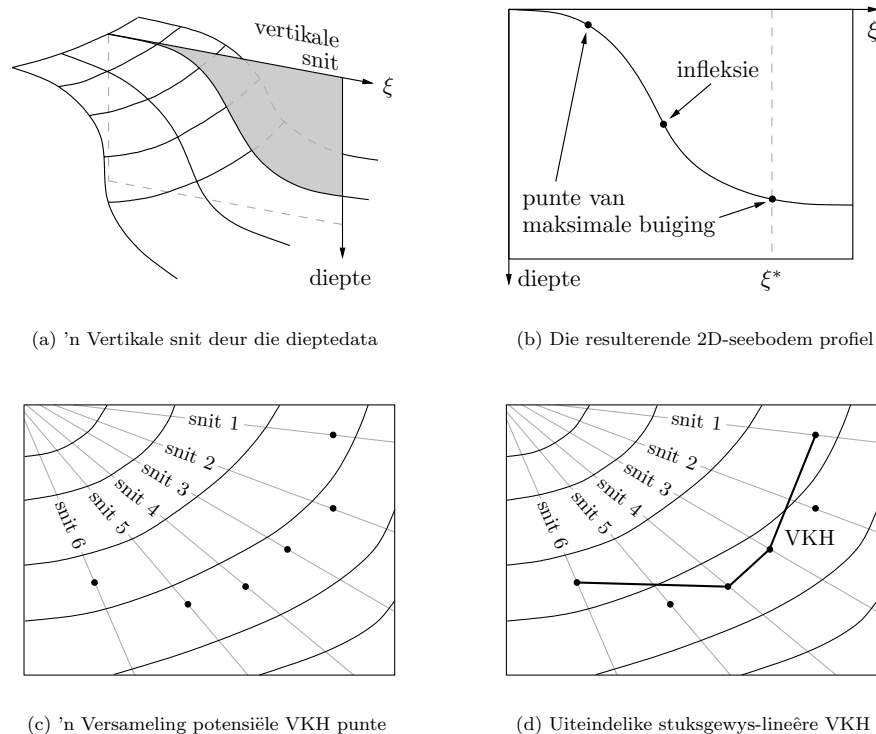
Sleutelwoorde: Kontinentale helling/voet, oppervlak van maksimale kromming.

1 Inleiding

Kuslande regoor die wêreld het onder die Verenigde Nasies (VN) se *Konvensie op die Wet van die See* (KWS) [29] 'n eenmalige geleentheid om aansoek te doen om 'n uitgebreide maritieme gebied, bo en behalwe die normale 200 seemyl eksklusiewe ekonomiese sone (EES) wat reeds aan kuslande behoort. Om vir sodanige toekenning te kwalifiseer rus die onus op die betrokke kusland om wetenskaplik te toon dat die voet van die kontinentale helling (VKH) buite die EES lê [27, 28]. In hierdie konteks word met die woord *wetenskaplik* bedoel dat erkende tegnieke uit wetenskaplike dissiplines (soos geologie, fisika, oseanografie, wiskunde, ens.) gebruik moet word om die VN van die legitimiteit van aansoeke te oortuig [6]. Indien 'n aansoek suksesvol is, sal die betrokke kusland ook die reg tot oesting van natuurlike hulpbronne in en op die uitgebreide seebodem (soos koolwaterstowwe, sand en ander aggregate, minerale en biologiese spesies) ontvang [31].

As ondertekenaar van die VN se KWS het die Republiek van Suid-Afrika 'n geleentheid om sy aansoek teen Mei 2009 in te dien [15]. Konserwatiewe aanvanklike ramings dui daarop dat Suid-Afrika die vooruitsig het om suksesvol aansoek te doen vir 'n uitgebreide seebodem van oor die 400 000 km² (grotendeels gebiede op die Agulhas Plato en rondom die Marion en Prins Edward Eilande) [23]. Suid-Afrika se huidige navorsingspoging wat sal lei na die uiteindelijke aansoek by die VN word deur die Suid-Afrikaanse Sentrale Energiefonds befonds en deur die nasionale Departement van Minerale en Energie geadministreer. Die Kabinet het in November 2003 R23 miljoen vir hierdie navorsingspoging bewillig, waarvoor Petroleum Agentskap Suid-Afrika as koördineerder optree. 'n Werkgroep bestaande uit wetenskaplike en tegniese verteenwoordigers van die Suid-Afrikaanse Instituut vir Maritieme Tegnologie, Petroleum Agentskap Suid-Afrika, die Raad vir Geologiese Wetenskappe en die Suid-Afrikaanse Vloot is in die lewe geroep om vir die aansoek voor te berei. Hierdie werkgroep doen verantwoording teenoor 'n reëlingskomitee wat grootliks op 'n politieke vlak funksioneer. Die werkgroep is sedert April 2003 besig met 'n proefstudie rakende die insameling en kalibrasie van seebodem dieptedata uit verskeie bronne asook ondersoeke na die haalbaarheid van 'n aantal geologiese, wiskundige en ander tegnieke vir die bepaling van die VKH uit hierdie data [21].

Die werk wat in hierdie artikel vervat is, het voortgespruit uit die amptelike aktiwiteite van die Suid-Afrikaanse werkgroep en beskryf hoe gediskretiseerde tegnieke uit differensiaalmeetkunde gebruik kan word



Figuur 2.1: Illustrasie van die huidige tegniek vir die bepaling van die VKH met behulp van die sagteware suite *Caris Lots* [5].

om die VKH benaderd uit seebodem dieptedata te bepaal, sonder om van data gladstrykingstegnieke (wat die nadelige effek het dat dit die VKH drasties kan verskuif) gebruik te maak. Hierdie differensiaalmeetkundige benadering is 'n alternatief tot 'n huidige populêre tegniek vir die bepaling van die VKH.

Nadat die bogenoemde huidige tegniek vir VKH bepaling kortliks in §2 beskryf is, word 'n aantal klassieke begrippe uit differensiaalmeetkunde vir die bepaling van oppervlakke van ekstreme kromming in §3 uitgelig en afgelei. Daarna word die seebodem dieptedata wat in hierdie studie gebruik is, in §4 beskryf, waarna die metodes van §3 in §5 op hierdie data toegepas word om die VKH rondom die Suid-Afrikaanse kus benaderd numeries te bepaal. Die numeriese resultate word vervolgens in §5 geïnterpreteer en daar word getuienis gelewer dat die huidige tegniek wat deur kuslande vir die bepaling van VKHs gebruik word, in sommige gevalle vanuit 'n suiwer geomorfologiese oogpunt oor-optimisies mag wees, wat mag lei na mislukte VN aansoeke as gevolg van wetenskaplik onverantwoordbare opportunisme. 'n Aantal slotopmerkings volg in §6.

2 Huidige metode van VKH bepaling

Daar is twee hoofbenaderings tot huidige VKH-bepaling: 'n *geologiese* benadering en 'n *geomorfologiese* benadering. Onder die geomorfologiese beskouing word die VKH bloot op grond van die vorm van die afplating van die kontinentale helling na die diepsee (en die klassifikasie daarvan in deelafplattings) bepaal [25], ongeag die materiaal waaruit die bodem bestaan of enige ander vulkaniese, tektoniese of elektromagnetiese faktore. Onder die geologiese beskouing daarenteen, word al die laasgenoemde faktore gebruik om die VKH te bepaal [26], maar is die vorm van die kontinentale hellingsafplating onbelangrik.

Die sagteware suite *Caris Lots* [5] word tans wyd gebruik vir die bepaling van VKH aanwysers, beide onder die geologiese en geomorfologiese beskouings. Geomorfologiese gespreke gaan 'n operateur soos volg te werk by die bepaling van 'n potensiële VKH. Eerstens word 'n vertikale snit van die operateur se keuse deur die seebodem dieptedata gemaak om 'n twee-dimensionele hellingsprofiel te vorm, soos in Figuur 2.1(a)–(b) getoon. Die een eindpunt van die vertikale snitvlak moet landwaarts van die verwagte VKH gekies word,

terwyl die ander endpoint seewaarts daarvan gekies moet word. Die sagteware maak daarvoor voorsiening dat die operateur filters soos die Douglas-Peucker filter [10] of 'n Fourier filter [3] mag gebruik om die profieldata aan te pas. Die programmatuur bepaal dan die punt van maksimale kromming in die resulterende profiel as daardie punt $\xi = \xi^*$ waar die tweede afgeleide van die profiel 'n (positiewe) maksimum is, soos in Figuur 2.1(b) getoon. Inligting omtrent geologiese faktore (soos vulkaniese en tektoniese aktiwiteit) word ook deur die sagteware as 'n funksie van ξ langs die bodemprofiel vertoon. Dit staan dan die operateur vry om die punt van maksimale kromming van die hellingsprofiel dienoreenkomstig aan te pas om sodoende 'n potensiële VKH daar te stel, indien die geologiese data die geomorfologiese data genoegsaam na die operateur se mening weerspreek of oorskadu. Andersins word die potensiële VKH punt bloot geneem as die punt waar $\xi = \xi^*$.

Hierdie proses word dan herhaal met verskillende vertikale snitte deur die dieptedata om 'n aantal potensiële VKH punte te bepaal, soos in Figuur 2.1(c) getoon. Uit die gevolglike versameling van potensiële VKH punte kan die operateur dan 'n deelversameling selekteer wat met behulp van reguitlyn segmente aan mekaar verbind word om die VKH te bepaal, met dien verstande dat die afstand tussen twee opeenvolgende VKH punte langs die VKH nie 60 seemyl mag oorskry nie, soos in Figuur 2.1(d) getoon. Die keuse van die deelversameling van potensiële VKH punte vir die bepaling van die uiteindelijke VKH asook die keuses van die vertikale snitte wat gemaak is om die VKH punte in die eerste plek daar te stel, berus op operateuroordeel en verteenwoordig dus 'n aansienlike mate van subjektiwiteit. Die doel van die operateur is gewoonlik om die uiteindelijke VKH so voordelig moontlik vir die betrokke kusland te bepaal.

Daar word tans gespekuleer oor die moontlike oor-opportunisme van die bogenoemde tegniek en of die VN die resulterende VKH sal aanvaar. Gevolglik is die soeke na ander tegnieke vir VKH bepaling wenslik, veral as sodanige alternatiewe tegnieke minder operateur subjektiwiteit tot gevolg het. Vaníček & Ou [30] het in 1996 reeds voorgestel dat tegnieke uit differensiaalmeetkunde as alternatief tot die bogenoemde *Caris Lots* tegniek gebruik word, maar het bevind dat sodanige tegnieke nie bevredigende resultate lewer nie, as gevolg van die lae resoluksie waarteen seabodem dieptedata op daardie stadium beskikbaar was (meer as 9 seemyl tussen opeenvolgende rooster datapunte). As gevolg van hierdie bevinding het Bennet [1] in 1998 voorgestel dat latfunksies gebruik word om die beskikbare lae resoluksie dieptedata eers mee glad te stryk, voordat differensiaalmeetkundige tegnieke gebruik word om die VKH uit die gladgestrykte data te bepaal. Die nadeel van hierdie benadering is dat datagladstryking tipies krommes van maksimale buiging in die data noemenswaardig kan verskuif, en daar word gevrees dat sulke translasies vir die VN onaantvaarbaar mag wees in die motivering van uitgebreide maritieme gebied eise. Digitale seabodem dieptedata afkomstig van satellietwaarnemings is egter deesdae teen so 'n hoë resoluksie beskikbaar (vyf maal so fyn as in 1996) dat Vaníček & Ou se voorstel vandag suksesvol uitgevoer kan word, soos ons sal aantoon.

3 Oppervlakke van ekstreme kromming

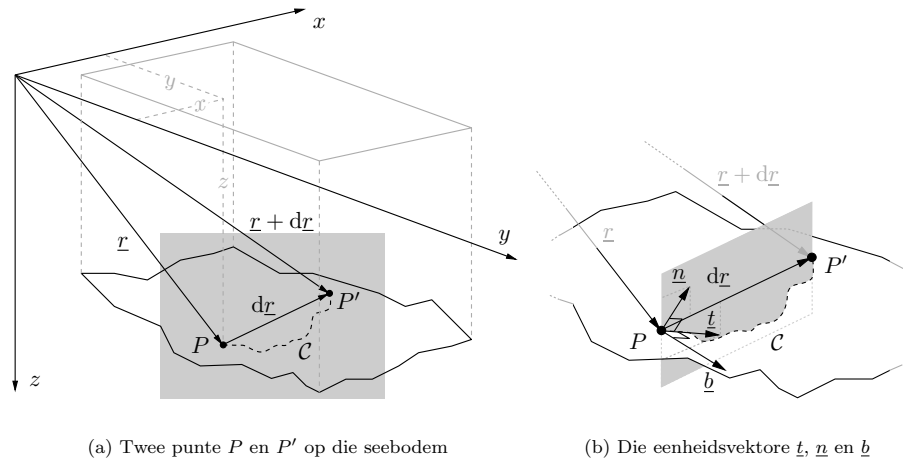
In hierdie afdeling word 'n aantal standaard tegnieke uit elementêre differensiaalmeetkunde volledigheidshalwe afgelei wat gebruik sal word om die VKH benaderd uit hoë resoluksie, digitale seabodem dieptedata te bepaal.

3.1 Die Frenet-Serret vergelykings

Gestel die vorm van die seabodem word deur middel van 'n kontinue funksie $z = z(x, y)$ beskryf, waar z die diepte van die see by posisie (x, y) in 'n drie-dimensionele regterhandse cartesiese assentstelsel aandui. Ons sal as uitgangspunt aanvaar dat die funksie $z(x, y)$ twee keer kontinu differensieerbaar is met betrekking tot x en y . Hierdie aanname is nie sleg nie, as die kontinentale helling met genoegsaam fyn resoluksie beskryf word, vanweë die sedimentêre aard van die seabodem.

Laat P 'n punt op die seabodem met posisievektor $\underline{r}(x, y) = x\underline{i} + y\underline{j} + z(x, y)\underline{k}$ wees, waar \underline{i} , \underline{j} en \underline{k} eenheidsvektore in onderskeidelik die x -, y - en z -rigtings van die cartesiese assentstelsel aandui, soos in Figuur 3.2 getoon. Laat P' 'n ander punt op die seabodem voorstel met posisievektor $\underline{r} + d\underline{r}$. Gestel verder dat \mathcal{C} die kromme van kortste lengte langs die seabodem tussen P en P' is, en dat hierdie kromme deur die booglengte parameter s vanaf P geparametriseer word. Dan is $\underline{t} = d\underline{r}/ds$ 'n eenheidsvektor raaklynig aan \mathcal{C} by P in die limiet soos $\|d\underline{r}\| \rightarrow 0$, en die kromming van \mathcal{C} by P word gedefinieer deur $\kappa = \|d\underline{t}/ds\|$. Aangesien \underline{t} konstante lengte het soos s varieer, volg dit dat $d\underline{t}/ds$ ortogonaal is tot \underline{t} en gevolglik het ons die identiteit

$$\frac{d\underline{t}}{ds} = \kappa \underline{n}, \quad (1)$$



Figuur 3.2: Beskrywing van die seebodem. 'n Vergroting van die grys gedeelte in (a) word in (b) getoon.

waar \underline{n} 'n eenheidsvektor ortogonaal tot \underline{t} in die vlak van \mathcal{C} by P , bekend as die *eenheidshoofnormaal*, is. Nog 'n eenheidsvektor ortogonaal tot \underline{t} , wat ook ortogonaal tot die vlak van \mathcal{C} by P is, word verkry deur middel van die vektorproduk $\underline{b} = \underline{t} \times \underline{n}$; hierdie vektor staan bekend as die *eenheidsbinormaal* van \mathcal{C} by P . Aangesien die eenheidsbinormaal konstante lengte het, moet $d\underline{b}/ds$ ortogonaal tot \underline{b} wees. Maar omdat $\underline{t} \cdot \underline{b} = 0$ volg dit uit die kettingreël vir differensiasie dat $d\underline{b}/ds$ ook ortogonaal tot \underline{t} moet wees. Gevolglik stem die rigtings van $d\underline{b}/ds$ en \underline{n} ooreen en het ons die identiteit

$$\frac{d\underline{b}}{ds} = -\tau \underline{n}, \quad (2)$$

waar $\tau = -\|d\underline{b}/ds\|$. Laastens volg dit weer uit die kettingreël vir differensiasie en uit (1)–(2) dat

$$\frac{d\underline{n}}{ds} = \frac{d}{ds}(\underline{b} \times \underline{t}) = \underline{b} \times (\kappa \underline{n}) + (-\tau \underline{n}) \times \underline{t} = \kappa(\underline{b} \times \underline{n}) - \tau(\underline{n} \times \underline{t}) = \tau \underline{b} - \kappa \underline{t}. \quad (3)$$

Vergelykings (1)–(3) staan bekend as die *Frenet-Serret vergelykings* en beskryf saam met gepaste randwaardes die vorm van seebodemkromme \mathcal{C} volledig [19].

3.2 Eerste Gauss fundamentele vorm van die seebodem

In die limiet soos $\|d\underline{r}\| \rightarrow 0$ is die kwadraat van die norm van die tempo van verandering van die verskilvektor $d\underline{r}$ langs die seebodemkromme \mathcal{C}

$$\begin{aligned} 1 &= \left(\frac{ds}{ds}\right)^2 = \left\|\frac{d\underline{r}}{ds}\right\|^2 = \frac{d\underline{r}}{ds} \cdot \frac{d\underline{r}}{ds} \\ &= \left(\frac{dx}{ds}\right)^2 + \left(\frac{dy}{ds}\right)^2 + \left(\frac{dz}{ds}\right)^2 \\ &= \left(\frac{dx}{ds}\right)^2 + \left(\frac{dy}{ds}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial x} \frac{dx}{ds} + \frac{\partial z}{\partial y} \frac{dy}{ds}\right)^2 \\ &= E \left(\frac{dx}{ds}\right)^2 + 2F \frac{dx}{ds} \frac{dy}{ds} + G \left(\frac{dy}{ds}\right)^2, \end{aligned} \quad (4)$$

waar

$$E = 1 + \left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)^2, \quad F = \left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)\left(\frac{\partial z}{\partial y}\right) \quad \text{en} \quad G = 1 + \left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)^2. \quad (5)$$

Die identiteit (4) staan bekend as die *eerste Gauss fundamentele vorm* [33] van die seebodem en kan gesien word as 'n geldigheidsbeperking of bestaansvoorwaarde vir 'n gladde seebodem.

3.3 Tweede Gauss fundamentele vorm van die seebodem

Aangesien dx/ds en dy/ds komponente van 'n eenheidsnormaalvektor in die raakvlak van die seebodem by die punt P is, volg dit uit die Frenet-Serret vergelykings en herhaaldelike toepassing van die kettingreël vir differensiasie dat

$$\begin{aligned}\kappa \underline{n} &= \frac{d\underline{t}}{ds} = \frac{d^2 \underline{r}}{ds^2} = \frac{d}{ds} \left(\frac{\partial \underline{r}}{\partial x} \frac{dx}{ds} + \frac{\partial \underline{r}}{\partial y} \frac{dy}{ds} \right) \\ &= \frac{\partial \underline{r}}{\partial x} \frac{d^2 x}{ds^2} + \frac{d}{ds} \left(\frac{\partial \underline{r}}{\partial x} \right) \frac{dx}{ds} + \frac{\partial \underline{r}}{\partial y} \frac{d^2 y}{ds^2} + \frac{d}{ds} \left(\frac{\partial \underline{r}}{\partial y} \right) \frac{dy}{ds} \\ &= \frac{\partial^2 \underline{r}}{\partial x^2} \left(\frac{dx}{ds} \right)^2 + 2 \frac{\partial^2 \underline{r}}{\partial x \partial y} \left(\frac{dx}{ds} \right) \left(\frac{dy}{ds} \right) + \frac{\partial^2 \underline{r}}{\partial y^2} \left(\frac{dy}{ds} \right)^2 + \frac{\partial \underline{r}}{\partial x} \frac{d^2 x}{ds^2} + \frac{\partial \underline{r}}{\partial y} \frac{d^2 y}{ds^2}.\end{aligned}$$

Aangesien $1 = \|\underline{n}\|^2 = \underline{n} \cdot \underline{n}$, volg dit verder uit die bogenoemde dat

$$\begin{aligned}\kappa &= \kappa(\underline{n} \cdot \underline{n}) = \underline{n} \cdot (\kappa \underline{n}) \\ &= \left(\underline{n} \cdot \frac{\partial^2 \underline{r}}{\partial x^2} \right) \left(\frac{dx}{ds} \right)^2 + 2 \left(\underline{n} \cdot \frac{\partial^2 \underline{r}}{\partial x \partial y} \right) \left(\frac{dx}{ds} \right) \left(\frac{dy}{ds} \right) + \left(\underline{n} \cdot \frac{\partial^2 \underline{r}}{\partial y^2} \right) \left(\frac{dy}{ds} \right)^2,\end{aligned}\quad (6)$$

omdat \underline{n} ortogonaal is tot beide $\partial \underline{r} / \partial x$ en $\partial \underline{r} / \partial y$. Verder is

$$\frac{\partial^2 \underline{r}}{\partial x^2} = \left[0, 0, \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} \right], \quad \frac{\partial^2 \underline{r}}{\partial x \partial y} = \left[0, 0, \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} \right] \quad \text{en} \quad \frac{\partial^2 \underline{r}}{\partial y^2} = \left[0, 0, \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} \right],\quad (7)$$

terwyl

$$\begin{aligned}\underline{n} &= \left(\frac{\partial \underline{r}}{\partial x} \times \frac{\partial \underline{r}}{\partial y} \right) / \left\| \frac{\partial \underline{r}}{\partial x} \times \frac{\partial \underline{r}}{\partial y} \right\| \\ &= \left(\left[1, 0, \frac{\partial z}{\partial x} \right] \times \left[0, 1, \frac{\partial z}{\partial y} \right] \right) / \left\| \left[1, 0, \frac{\partial z}{\partial x} \right] \times \left[0, 1, \frac{\partial z}{\partial y} \right] \right\| \\ &= \frac{1}{H} \left[-\frac{\partial z}{\partial x}, -\frac{\partial z}{\partial y}, 1 \right],\end{aligned}\quad (8)$$

waar

$$H = \sqrt{1 + \left(\frac{\partial z}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial y} \right)^2}.\quad (9)$$

Substitusie van (7)–(9) in (6) lei dus na die uitdrukking

$$\kappa = L \left(\frac{dx}{ds} \right)^2 + 2M \left(\frac{dx}{ds} \right) \left(\frac{dy}{ds} \right) + N \left(\frac{dy}{ds} \right)^2\quad (10)$$

vir die kromming van seebodemkromme C by P , waar

$$L = \frac{1}{H} \frac{\partial^2 z}{\partial x^2}, \quad M = \frac{1}{H} \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} \quad \text{en} \quad N = \frac{1}{H} \frac{\partial^2 z}{\partial y^2}.\quad (11)$$

Die uitdrukking (10) staan bekend as die *tweede Gauss fundamentele vorm* [33] van die seebodem by die punt P .

3.4 Berekening van oppervlakke van ekstreme kromming

Die doel is om die kromme van maksimale buiging op die seebodem te vind, aangesien so 'n kromme volgens die VN se geomorfologiese definisie dan die VKH voorstel. Daarom moet die uitdrukking

$$\kappa(\ell, m) = L\ell^2 + 2M\ell m + Nm^2\quad (12)$$

vir die kromming in die tweede Gauss fundamentele vorm (10) as 'n funksie van die rigtingskoëffisiënte $[\ell, m] = [dx/ds, dy/ds]$ gemaksimeer word, onderhewig aan die eerste Gauss fundamentele vorm (4) as beperking, wat herskryf kan word as $g(\ell, m) = 0$, waar

$$g(\ell, m) = E\ell^2 + 2F\ell m + Gm^2 - 1.\quad (13)$$

Die Lagrange-funksie vir die maksimeringsprobleem (12)–(13) is $\mathbb{L}(\ell, m, \lambda) = \kappa(\ell, m) + \lambda g(\ell, m)$, waar λ 'n Lagrange-vermenigvuldiger is. Die eerste-orde nodige voorwaarde vir 'n ekstreme punt $[\ell^*, m^*] \in \mathbb{R}$ van (12)–(13) is dat die eerste-orde partiële afgeleides van $\mathbb{L}(\ell, m, \lambda)$ met betrekking tot ℓ , m en λ almal nul moet wees indien $\ell = \ell^*$, $m = m^*$ en $\lambda = \lambda^*$, wat die sisteem

$$L\ell^* + Mm^* - \lambda^*E\ell^* - \lambda^*Fm^* = 0, \quad (14)$$

$$M\ell^* + Nm^* - \lambda^*F\ell^* - \lambda^*Gm^* = 0, \quad (15)$$

$$E(\ell^*)^2 + 2F\ell^*m^* + G(m^*)^2 = 1 \quad (16)$$

van nie-lineêre vergelykings in ℓ^* , m^* en λ^* tot gevolg het. Deur (14) met ℓ^* en (15) met m^* te vermenigvuldig en die resulterende vergelykings by mekaar te tel, word die verwantskap

$$(\ell^*)^2(L - \lambda^*E) + 2\ell^*m^*(M - \lambda^*F) + (m^*)^2(N - \lambda^*G) = 0 \quad (17)$$

verkry. Dit volg egter uit (16) dat $\lambda^* = \lambda^*E(\ell^*)^2 + 2\lambda^*F\ell^*m^* + \lambda^*G(m^*)^2$ en dus is $\kappa(\ell^*, m^*) - \lambda^* = (\ell^*)^2(L - \lambda^*E) + 2\ell^*m^*(M - \lambda^*F) + (m^*)^2(N - \lambda^*G) = 0$ volgens (12) en (17), sodat $\kappa(\ell^*, m^*) = \lambda^*$. Substitusie van hierdie ekstreme waarde vir die kromming in (14) lewer die verwantskap

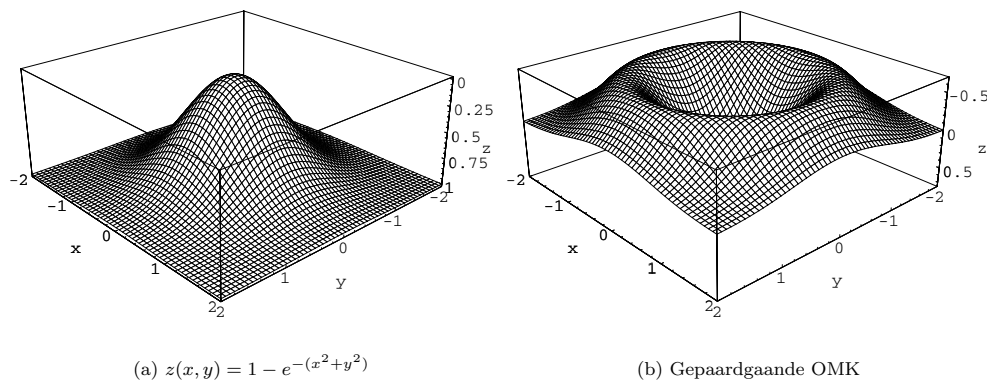
$$\ell^* = \frac{\lambda^*F - M}{L - \kappa E} m^*$$

tussen die ekstreme rigtingskoeffisiënte. Deur hierdie verwantskap in (15) te stel, word die kwadratiese vergelyking $(EG - F^2)\kappa^2 - (EN + GL - 2FM)\kappa + (LN - M^2) = 0$ verkry, wat

$$\kappa_{\pm}^*(x, y) = \frac{EN + GL - 2FM \pm \sqrt{(EN + GL - 2FM)^2 - 4(EG - F^2)(LN - M^2)}}{2(EG - F^2)} \quad (18)$$

as wortels het. Die helling van die seabodem is natuurlik 'n rigtingseienskap — by 'n spesifieke punt (x, y) is die noordwaartse helling byvoorbeeld nie dieselfde as die weswaartse helling nie. By elke punt het die seabodem dus potensieel ooraftelbaar baie krommingswaardes; een vir elke denkbare rigting waarin afgeleides geneem kan word. Die maksimum van al hierdie waardes by die punt (x, y) word egter gegee deur $\kappa_+^*(x, y)$ in (18) — 'n punt op die *oppervlak van maksimale kromming* (OMK), terwyl die minimum waarde van die seabodemkromming by dieselfde punt gegee word deur $\kappa_-^*(x, y)$ in (18) — 'n punt op die *oppervlak van minimale kromming*.

Die proses van die bepaling van die OMK vir 'n eenvoudige, hipotetiese dieptefunksie word nou aan die hand van 'n numeriese voorbeeld gedemonstreer.



Figuur 3.3: Bepaling van die OMK vir die eenvoudige, hipotetiese dieptefunksie in Voorbeeld 1.

Voorbeeld 1 Beskou die Gauss-oppervlak $z(x, y) = 1 - e^{-(x^2+y^2)}$ in Figuur 3.3(a) as hipotetiese seabodem dieptefunksie. Die betrokke partiële afgeleides van hierdie funksie word gegee deur $\partial z/\partial x = 2xe^{-(x^2+y^2)}$, $\partial z/\partial y = 2ye^{-(x^2+y^2)}$, $\partial^2 z/\partial x^2 = (2 - 4x^2)e^{-(x^2+y^2)}$, $\partial^2 z/\partial x\partial y = -4xye^{-(x^2+y^2)}$ en $\partial^2 z/\partial y^2 = (2 -$

$4y^2)e^{-(x^2+y^2)}$. Hieruit kan die funksies $E = 1 + 4x^2e^{-2(x^2+y^2)}$, $F = 4xye^{-2(x^2+y^2)}$, $G = 1 + 4y^2e^{-2(x^2+y^2)}$, $L = (2 - 4x^2)e^{-2(x^2+y^2)}/H$, $M = 4xye^{-2(x^2+y^2)}/H$, en $N = (2 - 4y^2)e^{-2(x^2+y^2)}/H$ bepaal word, waar

$$H = \sqrt{1 + 4(x^2 + y^2)e^{-2(x^2+y^2)}}.$$

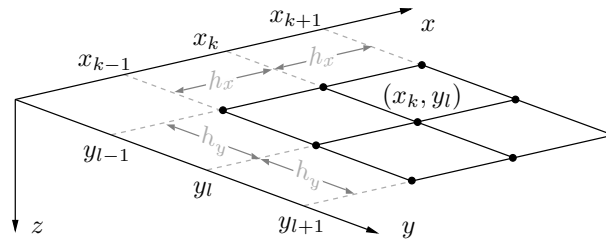
Dus word die OMK volgens (18) gegee deur

$$\begin{aligned} \kappa_+^*(x, y) = & -2 \left\{ 2 [x^2(3 - 2x^2) - 4x^2y^2 + y^2(3 - 2y^2)] e^{2(x^2+y^2)} \right. \\ & \left. + 8(x^2 + y^2)^2 + (1 - x^2 - y^2)e^{4(x^2+y^2)} \right\} / \\ & \left(e^{3(x^2+y^2)} + 4(x^2 + y^2)\sqrt{e^{2(x^2+y^2)} + 4(x^2 + y^2)} \right), \end{aligned}$$

soos in Figuur 3.3(b) getoon. Die hoogste rand op hierdie OMK definieer 'n sirkel langs die basis van die Gauss-oppervlak waarlangs $z(x, y)$ maksimaal buig. ■

3.5 Diskretisering van die OMK

Die implisiete aanname in §3.1 dat die diepte van die seebodem, $z(x, y)$, eksplisiet in algebraïes geslote vorm bekend is, is onrealisties, aangesien 'n werklike seebodem tipies te kompleks sal wees om genoegsaam akkuraat in terme van elementêre funksies analities te beskryf — dus kan daar nie redelikerwys ver wag word dat die afgeleides in die funksies E , F en G in (5), die funksie H in (9) en die funksies L , M en N in (11) in geslote algebraïese vorm in terme van x en y bepaalbaar is nie. Daarom word hierdie afgeleides numeries benader.



Figuur 3.4: Numeriese benadering tot die bepaling van die partiële afgeleide $\partial z/\partial x$ van 'n funksie $z(x, y)$ by die punt $(x, y) = (x_k, y_l)$ deur gebruikmaking van rooster data vir die funksie $z(x, y)$.

Die standaard voorwaartse, sentrale en terugwaartse verskil-uitdrukkings

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x}(x_k, y_l) & \approx \frac{1}{h_x} [z(x_{k+1}, y_l) - z(x_k, y_l)] \quad (\text{voorwaartse verskil}), \\ & \approx \frac{1}{2h_x} [z(x_{k+1}, y_l) - z(x_{k-1}, y_l)] \quad (\text{sentrale verskil}), \\ & \approx \frac{1}{h_x} [z(x_k, y_l) - z(x_{k-1}, y_l)] \quad (\text{terugwaartse verskil}) \end{aligned}$$

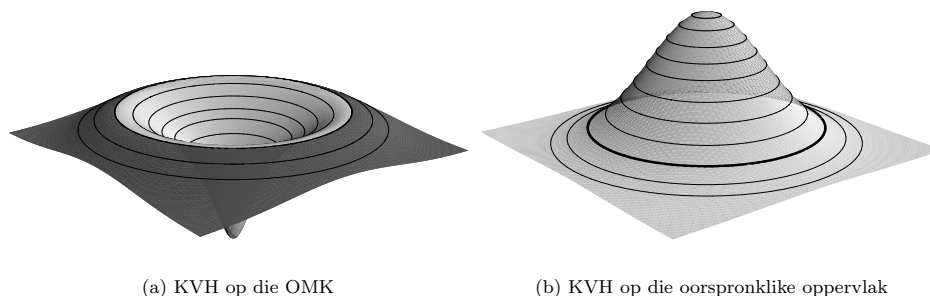
is gebruik om die afgeleide $\partial z/\partial x$ te benader (sien Figuur 3.4), en soortgelyk vir die ander eerste-orde partiële afgeleide, $\partial z/\partial y$ [4]. Hierdie uitdrukkings word in die Matlab [24] opdrag `[Zx, Zy]=gradient(Z, hx, hy)` afgewissel, waar Z 'n reghoekige rooster van dieptedata voorstel, wat gelyk versprei is in die x -rigting [y -rigting, respektiewelik] met roosterwydte hx [hy]. Die `gradient` funksie gebruik die voorwaartse verskil benadering aan die begin van 'n ry data waardes in die rooster Z , die sentrale verskil uitdrukkings in die hoof interne gedeelte van die ry data waardes, en die terugwaartse verskil uitdrukkings aan die einde van die data ry [2, 22]. Die resultaat van die bogenoemde opdrag is twee reghoekige roosters van eerste-orde partiële afgeleides van die dieptedata; Zx bevat afgeleides in die x -rigting, en Zy bevat afgeleides in die y -rigting. Om die tweede-orde partiële afgeleides in die funksies E , F , G , H , N , L en M te benader, is die Matlab-opdragte `[Zxx, Zxy]=gradient(Zx, hx, hy)` en `[Zyx, Zyy]=gradient(Zy, hx, hy)` gebruik. As validasiemeganisme is daar geverifieer dat die roosters Zxy en Zyx tot op 'n aanvaarbare toleransie ná gelyke waardes bevat.

3.6 Sporing van die VKH uit gediskretiseerde OMK data

In Voorbeeld 1 is daar getoon hoe die OMK vir 'n eenvoudige (hipotetiese) hellingsoppervlak bepaal kan word. Alhoewel die OMK in Voorbeeld 1 analities bepaal is, kan die proses ook numeries geskied, soos in §3.5 beskryf — selfs vir ingewikkelde oppervlak funksies. So 'n numeriese benadering sal tipies vir werklike seabodem data gevolg word. Daar is ook genoem dat die VKH in Voorbeeld 1 dáárdie sirkel is wat ooreenstem met die hoogste rif of rand in die OMK, maar die vraag ontstaan hoe hierdie rif opgespoor of nagetrek kan word, sodat die VKH op 'n ge-automatiseerde wyse bepaal kan word.

Die rasionaal agter die sporingsalgoritme wat ons vir hierdie doel ontwerp het, het sy ontstaan in die sogenaamde *flood fill* funksionaliteit wat in meeste grafiese rekenaarprogramme, soos *Paint Shop Pro* [18], aangetref word. Hierdie funksionaliteit kan tipies gebruik word om 'n gebied, wat deur middel van 'n geslote kromme in 'n elektroniese skets afgebaken word, met 'n betrokke kleur te vul — hierdie vulproses kan met 'n hipotetiese vloed (van kleur) van die geslote gebied vergelyk word; die vloed begin by 'n gebruikersgespesifiseerde punt en word in alle rigtings voortgesit totdat die geslote randkromme bereik word. Soortgelyk begin ons sporingsalgoritme by 'n gebruikersgespesifiseerde punt wat na verwagting seewaarts van die VKH geleë is en vul dan 'n kontoervoorstelling van die OMK met 'n kleur (wat die diepsee voorstel) totdat genoegsaam hoë riewe op die OMK bereik word, wat dan die vloedproses staak of keer. Gedurende 'n iterasie van die sporingsalgoritme word die buurpunte van 'n betrokke punt op 'n gediskretiseerde kontoerlandschap van die OMK ondersoek om te bepaal of die betrokke punt op 'n rif of rand van die OMK lê al dan nie. Indien die verskil tussen die waardes van die OMK by die betrokke soekpunt en 'n buurpunt daarvan groter is as 'n gekose soektoleransie, word die buurpunt tot die lys van toekomstige soekpunte gevoeg (wat beteken dat die buurpunt nie as 'n moontlike VKH punt oorweeg word nie); andersins word die buurpunt as 'n moontlike VKH punt geïdentifiseer. Op hierdie wyse word die buurpunte van al die punte in die soeklys op 'n FIFO wyse ondersoek. Hierdie proses is natuurlik sensitief ten opsigte van die gekose beginpunt en soektoleransie.

Die proses van sporing van die VKH uit gediskretiseerde OMK data vir die eenvoudige hipotetiese diepte-funksie in Voorbeeld 1 word nou gedemonstreer.



(a) KVH op die OMK

(b) KVH op die oorspronklike oppervlak

Figuur 3.5: Resultaat van die VKH sporingsalgoritme vir die hipotetiese dieptefunksie in Voorbeelde 1 en 2. Die VKH in (a) is die kromme op the oorgang tussen die donker en ligte grys gedeeltes van die OMK, terwyl die VKH vetgedruk in (b) op die oorspronklike Gauss oppervlak getoon word.

Voorbeeld 2 (Voortsetting van Voorbeeld 1) Indien die sporingsalgoritme met 'n beginpunt van $(x, y) = (1, 1)$ en 'n soektoleransie van 10^{-6} op 'n 100×100 gediskretiseerde roosterweergawe van die OMK in Figuur 3.3(b) toegepas word, word die donker grysgevlude resultaat in Figuur 3.5(a) verkry, waar die diepsee dan deur die donker grys gedeelte voorgestel word, en die VKH deur die oorgang tussen die ligte en donker grys gebiede verteenwoordig word, soos deur die vetgedrukte kromme op die oorspronklike landschap in Figuur 3.5(b) aangedui. ■

4 Suid-Afrikaanse seabodem dieptedata

Skepe benodig gedetailleerde seabodem dieptedata om veilig te kan navigeer. Seabodem dieptelesings langs populêre roetes is tradisioneel deur middel van klankeggos vanuit die rompe van skepe geneem, en in databasisse geakkumuleer [21]. Hierdie ongelyk gespasiëerde databasisse is egter gedurende die laat twintigste

een vervang met gelyk gespasiëerde dieptedata wat deur middel van satelliete waargeneem is. Drie voorbeelde van sulke (digitale) databasisse is die *Earth Topography* (ETOPO) datastel [12] (teen 'n resolusie van 5 minute, oftewel 'n roosterwydte van ongeveer 9 260 meter tussen opeenvolgende datapunte) en die *General Bathymetric Chart of the Oceans* (GEBCO) datastelle [14], teen resolusies van 1 of 2 minute, oftewel roosterwydtes van ongeveer 1 850 of 3 700 meter onderskeidelik.

Die GEBCO datastelle is vanweë hul superieure resolusie vir die doeleindes van berekeninge in hierdie artikel gekies en bevat dieptesings relatief tot die WGS84 verwysingsraam [34]. Die reguliere Mercator kaartprojeksie

$$\begin{aligned}x &= a(\theta - \theta_0), \\y &= a \log \left[\tan \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\phi}{2} \right) \left(\frac{1 - e \sin \phi}{1 + e \sin \phi} \right)^{\frac{e}{2}} \right]\end{aligned}$$

met 'n area-skaalfaktor van $k = (1 - e^2 \sin^2 \phi) / \sec^2 \phi$ [9, 13, 20] is gebruik om die elliptiese GEBCO roosterdata in Figuur 4.6(a), wat in terme van die sferiese koördinate (θ, ϕ) gestoor is, uit die sagteware suite *Caris Lots* [5] te onttrek en te omskep in gelyk gespasiëerde vlakdata in terme van die cartesiese koördinate (x, y) , soos wat vir die metodes van §3 benodig word. In die bogenoemde transformasie stel a en e onderskeidelik die lengte van die langste halfas en die eksentrisiteit van die aard-ellipsoïed ('n omwentelingsliggaam) voor, terwyl θ_0 'n gepaste lokale datum (verwysingslengtegraad) voorstel.

Vir die werk in hierdie artikel is die waardes $a = 6\,378\,137$ m en $e = 0.081\,819$ gebruik [21], en was die gekose lokale datum die 1994 Hartebeeshoek standaard [16, 17]. Vier data deelroosters is vir toetsdoeleindes gekies, en hierdie rooster-areas word in Figuur 4.6(b) getoon. Die vier resulterende stelle roosterdata vir die seabodemdiepte word in Figure 4.6(c)–(f) getoon.

Die datastel aan die wes-kus toon, as gevolg van sediment transport en afsetting deur die Oranjerivier, 'n baie geleidelike seewaartse afplatting met 'n interessante gebied van insinking en twee opmerklieke seetorings. Daar word verwag dat die baie geleidelike afplatting van die kontinentale helling die bepaling van die VKH mag bemoeilik, in die sin dat die kromme van maksimale buiging (met ander woorde die geomorfologiese VKH) redelik hoog teen die helling op mag voorkom, terwyl die geologiese VKH heelwat dieper geleë mag wees.

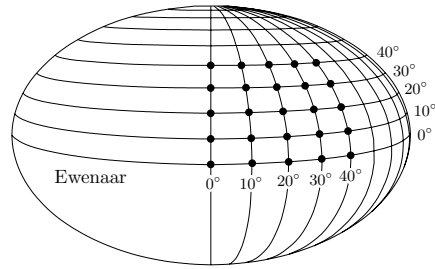
Die suidwes-kus data deelrooster strek oor 'n gebied van oorgang, bekend as die Kaap Vallei, tussen 'n transform hellingskeuring in die suide na 'n sediment-ryke, nie-vulkaniese, divergente hellingskeuring in die weste [8]. Hierdie oorgang is in die datastel duidelik as twee trêe of skeure sigbaar. Die kontinentale helling is in hierdie gebied goed gedefinieer en die oorgang tussen die steil kontinentale helling en die diepseebodem behoort berekening van die VKH relatief maklik te maak.

Die suid-kus data deelrooster verteenwoordig die mees komplekse bodem van die vier stelle wat hier oorweeg word en word deur 'n nie-vulkaniese transform skeuring gekarakteriseer [11]. In die suid-westelike hoek van die deelrooster word 'n lineêre versameling seeberge aangetref. Aangesien die KWS spesifiek die insluiting van seeberge in eise om uitgebreide maritieme gebied verbied [7], moet hierdie terreineienskappe vir eisdoeleindes seewaarts van die berekende VKH lê. Omdat hierdie ry seeberge egter by die hooflandmassa aansluit, is dit onduidelik waar hulle begin, en waar die VKH mag deurloop.

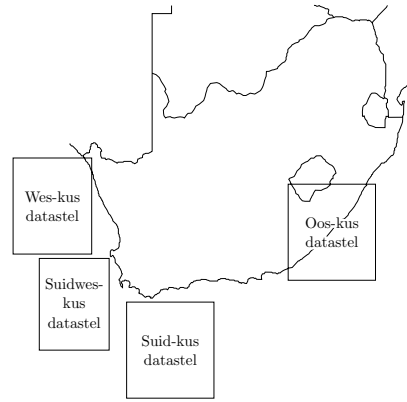
Die bodem van die data deelrooster aan die oos-kus word as 'n passiewe kontinentale helling geklassifiseer [11] wat begrens word deur die Agulhas Fraktuur Sone — 'n gebied wat gevorm het as gevolg van translasië van die Falkland Plato verby die Suid-Afrikaanse kusgebied [21]. Die gevolg is 'n smal kontinentale tafel en 'n steil kontinentale helling. In hierdie gebied vloei die Agulhas Stroom naby aan die landmassa verby; die roete wat hierdie stroom volg, staan as die Agulhas Deurtog bekend. Seewaarts van hierdie deurtog (net buite die deelrooster van datapunte, in 'n suid suid-westelike rigting) word 'n gebied aangetref wat as die Agulhas Plato bekend staan. Aangesien daar onsekerheid bestaan oor of hierdie plato by die Suid-Afrikaanse aansoek om uitgebreide maritieme gebied ingesluit mag word [32], is die deelrooster só gekies dat die Agulhas Plato daarbuite val. Die seewaartse afplatting in die datastel verteenwoordig die bodem van die diepsee.

5 Numeriese resultate

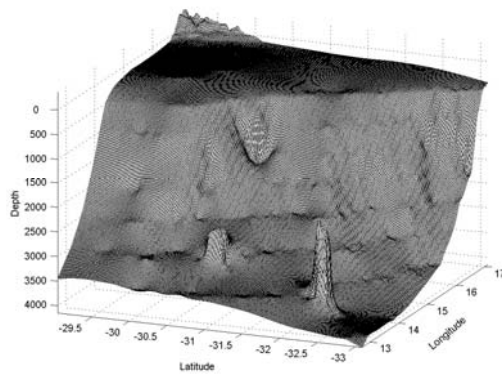
Die OMK is vir elkeen van die vier data deelroosters volgens (18) bereken, met numeriese benaderings vir die partiële afgeleides in die funksies E , F , G , H , N , L en M , soos in §3.5 beskryf. Die nie-negatiewe gedeeltes van hierdie oppervlakke word in Figuur 5.7 getoon. Die aansienlike hoeveelheid ruis in die oos-kus OMK is 'n direkte gevolg van die groot hoeveelheid landmassa (die Drakensberge) in die datastel — die ander drie



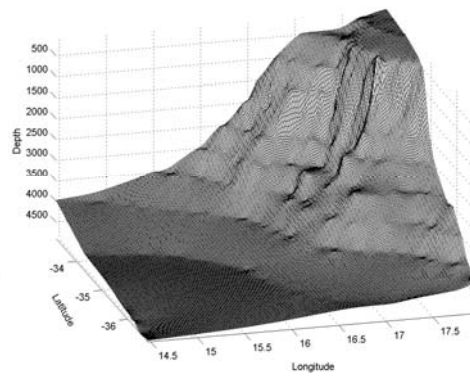
(a) Aard-ellipsoïed



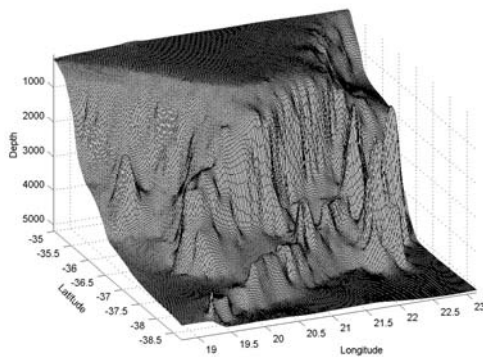
(b) Liggings van die vier datastelle



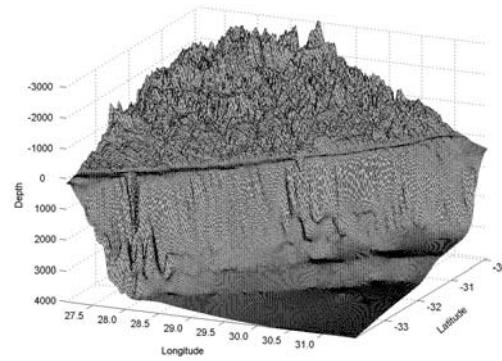
(c) Wes-kus datastel



(d) Suidwes-kus datastel

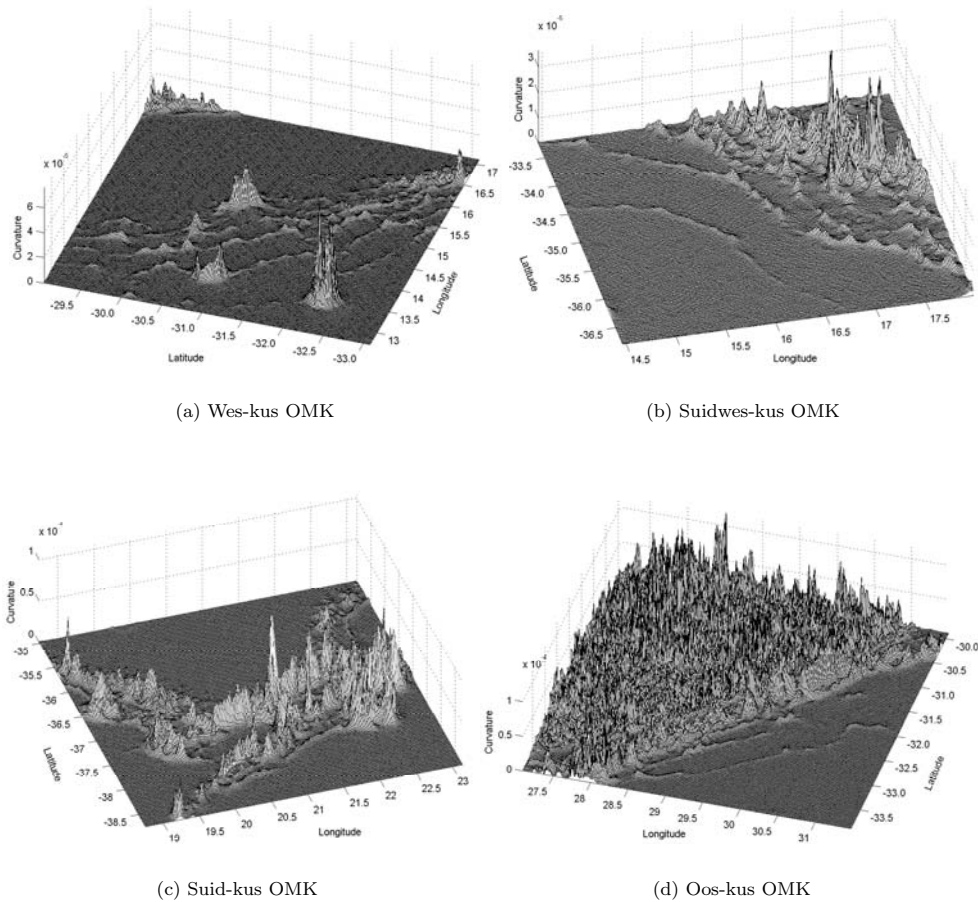


(e) Suid-kus datastel



(f) Oos-kus datastel

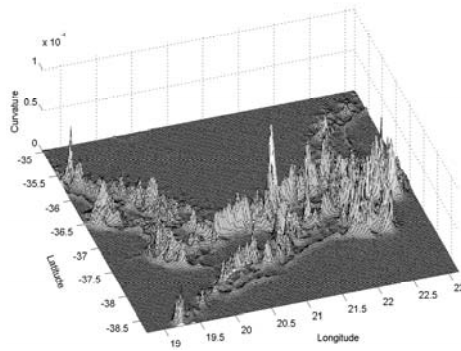
Figuur 4.6: GEBCO 1-minuut satelliet seebodem dieptedatastelle.



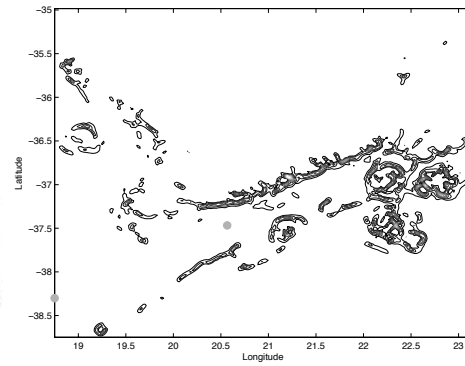
Figuur 5.7: OMKs bereken uit die GEBCO 1-minuut satelliet seabodem dieptedatastelle.

datastelle toon heelwat aktiwiteit op verwagte plekke, naamlik gebiede waar die kontinentale helling skerp buig gedurende afplattung na die diepsee. Die buiging rondom die seeberge is duidelik sigbaar in die suid-kus OMK, terwyl die kromming rondom die gebied van insinking en die twee seetorings in die wes-kus OMK ook duidelik sigbaar is.

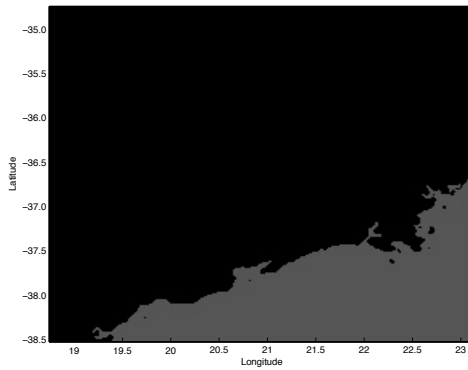
Die prosesse van sporing van die VKH uit die OMK data in Figuur 5.7 word slegs vir die mees komplekse datastel, naamlik dié van die suid-kus bespreek — die VKH sporing vir die ander datastelle het soortgelyk geskied, en aansienlik makliker. Die OMK van die suid-kus datastel word in Figuur 5.8(a) getoon, tesame met 'n kontoerlandskap van dieselfde OMK in deel (b) van die figuur. Die VKH sporing is in drie fases gedoen, elkeen met sy eie beginpunt. Die eerste sporingbeginpunt is as $(-38.75^{\circ}S; 23.15^{\circ}O)$ gekies, aangesien dit duidelik was dat hierdie punt seewaarts van die VKH geleë is, en dat die oostelike helfte van die VKH in hierdie gebied rofweg in 'n rigting vanaf suid na oos moet loop. Die sporingproses met 'n soektoleransie van 10^{-7} het die wit vloedgebied in Figuur 5.8(c) tot gevolg gehad, waar die wit [swart, respektiewelik] gebied seewaarts [landwaarts, respektiewelik] van die eerste-fase VKH lê, met die VKH self die kromme wat die twee kleurgebiede skei. Die tweede sporingbeginpunt was $(-38.25^{\circ}S; 18.75^{\circ}O)$, aangesien dit duidelik was dat hierdie punt seewaarts van die VKH geleë is, en dat die westelike helfte van die VKH in hierdie gebied rofweg in 'n rigting vanaf wes na suid moet loop. Die sporingproses, weer met 'n soektoleransie van 10^{-7} , het die addisionele wit vloedgebied in Figuur 5.8(d) seewaarts van die fase-twee VKH tot gevolg gehad. Die VKH wat tot op hierdie stadium bereken is, is duidelik onaanvaarbaar, aangesien dit 'n groot gedeelte van die verbode seeberge na die suid-westelike hoek van die datastel insluit. Om hierdie rede is daar besluit om 'n derde fase tot die VKH sporingproses by te voeg, met die beginpunt $(-37.5^{\circ}S; 20.5^{\circ}O)$,



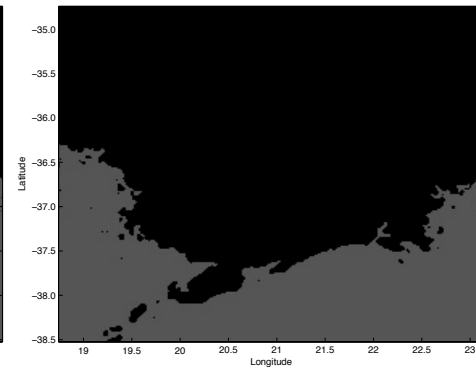
(a) Oppervlak van maksimale kromming



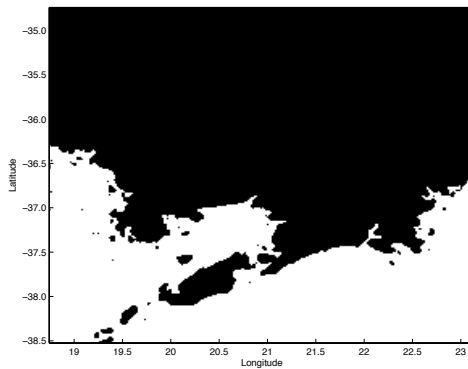
(b) Kontoerlandskap van (a)



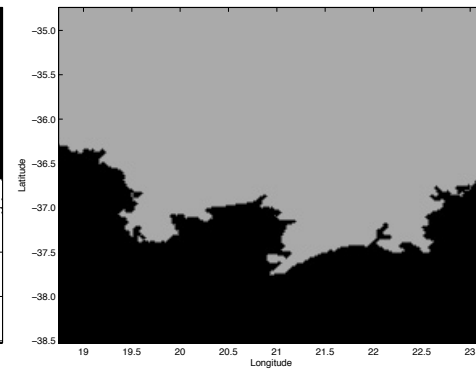
(c) Vloedresulate uit beginpunt 1



(d) Vloedresulate uit beginpunte 1 en 2

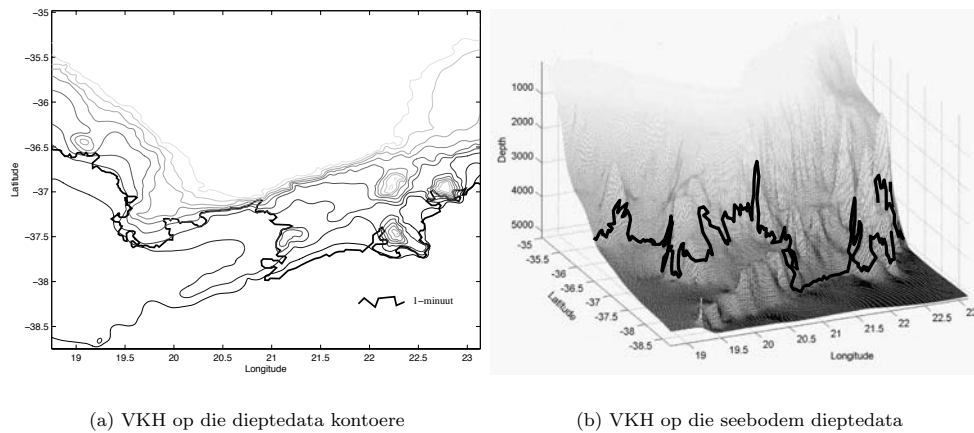


(e) Vloedresulate uit beginpunte 1-3



(f) Finale VKH

Figuur 5.8: Sporigsproses van die suid-kus VKH uit die OMK, soos bereken uit die GEBCO 1-minuut satelliet sebedem dieptedata.



Figuur 5.9: VKH van die GEBCO 1-minuut suid-kus datastel.

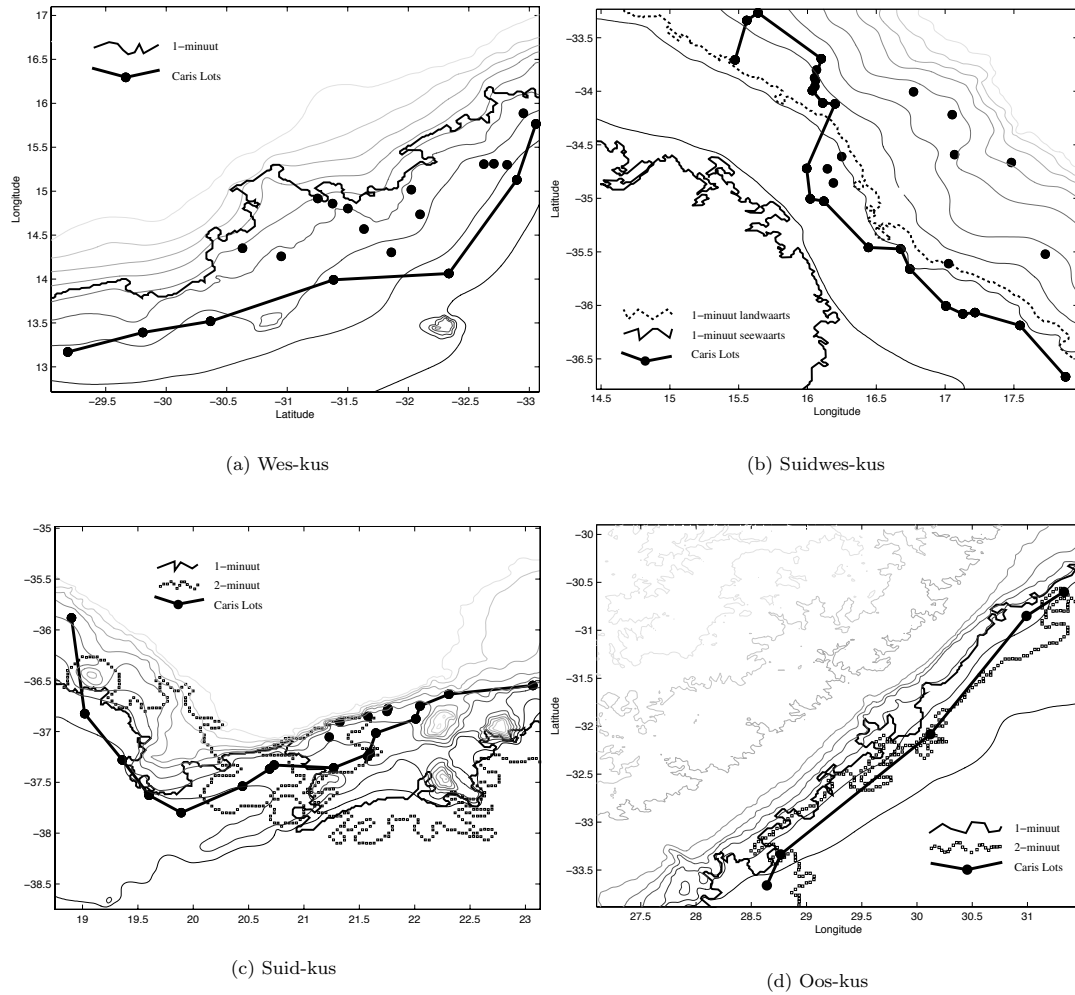
aangesien hierdie punt duidelik tussen die seeberge en die hooflandmassa geleë is. Die springproses, weer met 'n soektoleransie van 10^{-7} , het die addisionele wit vloedgebied in Figuur 5.8(e) tussen die seeberge en die hooflandmassa tot gevolg gehad. Die resulterende VKH word in Figuur 5.8(f) getoon. Dieselfde VKH word in Figuur 5.9(a) en (b) op onderskeidelik die kontoerlandskap van die oorspronklike datastel en op die seabodem dieptedata self getoon.

Die VKHs vir die ander datastelle is op 'n soortgelyke wyse uit die GEBCO 1-minuut OMK en indien moontlik ook uit die 2-minuut OMK bereken, en die resultate word in Figuur 5.10 getoon. In dieselfde figuur word die stuksgewys lineêre *Caris Lots* VKHs ook getoon, soos deur 'n ervare operateur [32] bereken (sien die bespreking in §2).

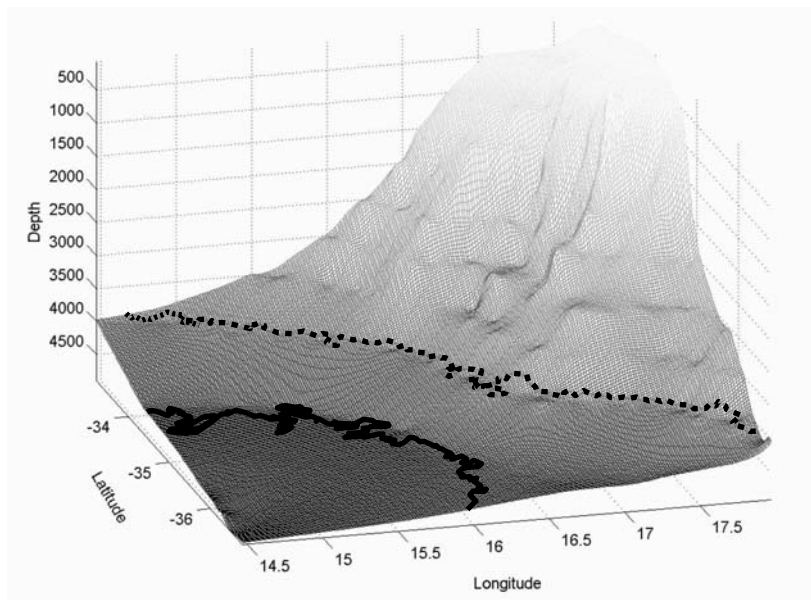
In Figuur 5.10(a) word die 1-minuut GEBCO VKH op die kontoerlandskap van die oorspronklike wes-kus dieptedatastel getoon (die enkele beginpunt $(-32.4^{\circ}S; 12.9^{\circ}O)$ en 'n soektoleransie van 6.3×10^{-8} vir die springalgoritme is gebruik). Vir die 2-minuut GEBCO was die OMK resolusie só grof dat geen soektoleransie gevind kon word wat na 'n suksesvolle VKH sporing lei nie. Die swart punte in dieselfde figuur is die *Caris Lots* bepaalde potensiële VKH punte, en die stuksgewys lineêre kromme is die *Caris Lots* VKH. Alle *Caris Lots* berekeninge wat in hierdie artikel gebruik is, is op die 1-minuut GEBCO datastelle vir die onderskeie gebiede gebaseer. Let op dat die *Caris Lots* VKH seewaarts van die OMK-gebaseerde VKH geleë is, soos verwag, aangesien die OMK-gebaseerde VKH bloot 'n geomorfologiese VKH is, bereken uit die baie geleidelike afplatting van die kontinentale helling na die diepsee in daardie gebied. Indien ander geologiese faktore (soos tektoniese en elektromagnetiese aktiwiteit) in ag geneem word, verskuif die VKH verder seewaarts. Die vraag ontstaan egter of die *Caris Lots* VKH nie moontlik te ver seewaarts is en deur die VN as 'n oor-optimistiese eis gesien mag word nie.

Vir die suidwes-kus kon twee moontlike VKHs uit die GEBCO 1-minuut data deelrooster bereken word, maar geen VKH kon uit die GEBCO 2-minuut datastel vir dieselfde gebied bepaal word nie. Die eerste (meer landwaartse) VKH word in Figuur 5.10(b) getoon en is met behulp van die vier beginpunte $(-36.55^{\circ}S; 14.8^{\circ}O)$, $(-33.55^{\circ}S; 14.8^{\circ}O)$, $(-34.35^{\circ}S; 15.75^{\circ}O)$ en $(-36.2^{\circ}S; 17.5^{\circ}O)$, asook 'n soektoleransie van 3.16×10^{-8} verkry. Die tweede (meer seewaartse) VKH word in dieselfde figuur getoon en is met behulp van die vyf beginpunte $(-34.55^{\circ}S; 14.5^{\circ}O)$, $(-34.7^{\circ}S; 14.8^{\circ}O)$, $(-35.25^{\circ}S; 14.8^{\circ}O)$, $(-36.55^{\circ}S; 14.65^{\circ}O)$ en $(-36.55^{\circ}S; 16.15^{\circ}O)$, asook 'n soektoleransie van 10^{-12} verkry. Die swart punte in dieselfde figuur is die *Caris Lots* bepaalde potensiële VKH punte, en die stuksgewys lineêre kromme is die *Caris Lots* VKH. Let op dat die *Caris Lots* VKH in die noorde van die datastel landwaarts van selfs die mees landwaartse OMK-gebaseerde VKH geleë is, maar elders in die datastel tussen die twee OMK-gebaseerde VKHs voorkom. Van hierdie twee OMK-gebaseerde VKHs (wat in Figuur 5.11 op die oorspronklike data getoon word) word daar verwag dat die VN meer geneig sal wees om die landwaartse een in 'n eis te aanvaar.

Vir die suid-kus datastel kon VKHs uit beide die GEBCO 1-minuut en GEBCO 2-minuut OMKs bereken word. In Figuur 5.10(c) word die 1-minuut VKH op die kontoerlandskap van die oorspronklike wes-kus dieptedatastel getoon (die beginwaardes en soektoleransie wat vir die springalgoritme gebruik is, is reeds vroeër bespreek). Die 2-minuut VKH word ook in dieselfde figuur getoon (die drie beginpunte $(-39.5^{\circ}S; 23.25^{\circ}O)$,



Figuur 5.10: VKHs bereken uit die GEBCO 1-minuut (fyn resoluksie kromme) en 2-minuut (groot resoluksie kromme) satelliet seebodem dieptedatastelle. Die donker stuksgewys lineêre kromme verteenwoordig die *Caris Lots* VKHs.



Figuur 5.11: Die twee OMK-gebaseerde VKHs wat uit die GEBCO 1-minuut datastel vir die suidwes-kus data deelrooster bereken is.

($-38.6^{\circ}S$; $18.25^{\circ}O$) en ($-37.5^{\circ}S$; $20.9^{\circ}O$) asook 'n soektoleransie van 6.31×10^{-7} is vir die sporingalgoritme tydens berekening van hierdie VKH gebruik). Die swart punte in die figuur is weereens die *Caris Lots* bepaalde potensiele VKH punte, en die stuksgewys lineêre kromme is die *Caris Lots* VKH. Let op dat die *Caris Lots* VKH in die weste van die datastel seewaarts van (en dus meer optimisties as) beide OMK-gebaseerde VKHs is, maar in die ooste van die datastel landwaarts van (en dus meer pessimisties as) beide OMK-gebaseerde VKHs is.

Vir die oos-kus data deelrooster kon VKHs ook uit beide die GEBCO 1-minuut en GEBCO 2-minuut OMKs bereken word. In Figuur 5.10(d) word die 1-minuut VKH op die kontouerlandskap van die oorspronklike oos-kus dieptedatastel getoon (die enkele beginpunt ($-33.9^{\circ}S$; $31.5^{\circ}O$) en 'n soektoleransie van 10^{-7} vir die sporingalgoritme is gebruik). Die 2-minuut VKH word ook in dieselfde figuur getoon (dieselfde beginpunt ($-33.9^{\circ}S$; $31.5^{\circ}O$) en 'n soektoleransie van 4×10^{-7} vir die sporingalgoritme is tydens berekening van hierdie VKH gebruik). Die stuksgewys lineêre kromme in die figuur is die *Caris Lots* VKH. Let op dat in hierdie geval al drie VKHs in goeie ooreenstemming is, maar dat die *Caris Lots* VKH in sommige gebiede seewaarts van (en dus meer optimisties as) beide OMK-gebaseerde VKHs is.

6 Slotopmerkings

In hierdie artikel het ons getoon dat, hoewel Vaníček & Ou [30] se voorstel om drie-dimensionele differensiaalmeetkundige tegnieke vir VKH bepaling te gebruik nie met die lae resolusie dieptedata wat in 1996 beskikbaar was, bevredigend uitgevoer kon word nie, sulke tegnieke nou met hoër resolusie dieptedata moontlik is.

Die OMK-gebaseerde benadering tot VKH bepaling wat hier beskryf en toegepas is, is 'n werkbare alternatief tot huidige twee-dimensionele tegnieke vir VKH bepaling (soos dié in die sagteware suite *Caris Lots*). Die voordeel van die OMK-gebaseerde benadering is dat die enigste mate van subjektiwiteit wat in die metode teenwoordig is, die operateur-gespesifiseerde beginpunt(e) en soektoleransie van die sporingalgoritme is. Daar word nie verwag dat hierdie mate van subjektiwiteit direk sal lei na opportunistiese VN eise, soos wat met die *Caris Lots* benadering die geval is nie, aangesien die spesifikasie van addisionele beginpunte 'n *meer landwaartse* VKH tot gevolg het. Daarenteen is die operateursubjektiwiteit in die *Caris Lots* benadering potensieel opportunisties — dit staan die operateur vry om potensiele VKH punte *seewaarts* van punte van maksimale kromming te kies, indien geologiese faktore so 'n translasië na die operateur se mening genoegsaam motiveer. Die nadeel van die OMK-gebaseerde benadering is egter dat dit op sigself

slegs geomorfologiese inligting in ag neem (maar geen geologiese inligting nie) — dus bestaan die gevaar dat die OMK-gebaseerde benadering op sy eie mag lei na redelike pessimistiese eise.

Verdere werk ten opsigte van verfyning van die OMK-gebaseerde benadering tot VKH bepaling wat hier beskryf is, sluit in die ontwikkeling van ander VKH sporingstegniese uit OMK data wat selfs minder subjektiewe van die operateur vereis, sowel as ondersoek na meganismes waarop geologiese data by die geomorfologiese OMK-gebaseerde benadering ingesluit kan word om sodoende na meer gebalanseerde VN eise te lei as wat met die program *Caris Lots* moontlik is.

Die werk wat in hierdie artikel vervat is, vorm nie deel van die amptelike aktiwiteite van die Suid-Afrikaanse werkgroep wat vir die 2009 VN eis om uitgebreide maritieme gebied voorberei nie. Hierdie werk het egter voortgespruit uit gesprekke en gedagtes oor hierdie amptelike aktiwiteite, en dit staan die werkgroep vry om hierdie werk te gebruik om VN eismotiverings te versterk, al dan nie.

Dankbetuigings

Die outeurs waardeer vele insiggewende gesprekke met Mnr Carl Wainman (IMT) asook sy bereidwilligheid om die *Caris Lots* VKHs vir die numeriese voorbeelde in §5 te bepaal. Groot gedeeltes van die grafika in hierdie artikel is deur Dr Werner Gründlingh en Mnr Frank Ortman ge(re)produseer. Werk in hierdie artikel is geneem uit die magister verhandeling van die eerste outeur, en haar deelydse studiegelde is deur IMT gedra. Die NNS het ook hierdie navorsingsprojek onder toekenning nr. 2072815 befonds.

Verwysings

- [1] BENNET JO, 1998. *Mapping the foot of the continental slope with spline smoothed data using the second derivative in the gradient direction*, Department of the Interior, Mineral Management Service, Resource Evaluation Division, OCS Report, MMS 97-0018.
- [2] BORSE GJ, 1997. *Numerical methods with Matlab: A resource for scientists and engineers*, PWS Publishing Company, Boston.
- [3] BOURKE P, 1999. *Fourier method of designing digital filters*, [Aanlyn], [Besook op 30 Desember 2005], Beskikbaar by: <http://astronomy.swin.edu.au/~pbourke/other/filter/>
- [4] BURDEN RL & FAIRES JD, 1989. *Numerical analysis* (fourth edition), PWS-Kent Publishing Company, Boston.
- [5] CARIS, 2003. *Caris Training Manual — Caris Lots 4.0*, [Aanlyn], [Besook op 22 Desember 2005], Beskikbaar by: <http://www.caris.com/>
- [6] CHURCHILL RR & LOWE AV, 1999. *The law of the sea* (third edition), Juris Net Llc., Manchester.
- [7] COOK PJ & CARLETON CM (EDS.), 2000. *Continental shelf limits — The scientific and legal interface*, Oxford University Press, Oxford.
- [8] DALLY AW, 1981. *Atlantic type margins — Geology of passive continental margins: History, structure and sedimentologic record (with emphasis on the Atlantic margin)*, American Association of Petroleum Geologist Education Course Notes, **19**, pp. 1–48.
- [9] DEETZ CH & ADAMS OS, 1934. *Elements of map projections with applications to map and chart construction* (fourth edition), US Coast and Geodetic Survey Special Publication, **68**, Washington DC.
- [10] DOUGLAS DG & PEUCKER TK, 1973. *Algorithms for the reduction of the number of points required to represent a digital line or its caricature*, Canadian Cartographer, **10(2)**, pp. 112–122.
- [11] EMERY KO, 1994. *Continental margins — Classification and petroleum prospects*, American Association of Petroleum Geologist Education Bulletin, **64**, pp. 297–315.
- [12] ETOPO DIGITAL MAPS. [Aanlyn], [Besook op 29 Desember 2005], Beskikbaar by: <http://www.etopo.ca/>
- [13] GARNETT W, 1924. *A little book on map projection* (third edition), George Philip and Son Ltd., London.

- [14] GENERAL BATHYMETRIC CHART OF THE OCEANS (GEBCO), 2005. [Aanlyn], [Besoek op 29 Desember 2005], Beskikbaar by: <http://www.ngdc.noaa.gov/mgg/gebco/gebco.html>
- [15] HAMMAN D, WAINMAN CK & LAW BD, 2001. *South Africa's outstanding maritime zones claims and boundaries: Time is running out!*, Presentation at the *Navy for Africa Conference*, Institute for Maritime Technology, Simon's Town.
- [16] HARTEBEESEHOEK 94 — THE NEW SOUTH AFRICAN DATUM, 1994. Information Brochure, Chief Directorate: Cartography, Department of the Environment, Cape Town.
- [17] ILIFFE JC, 2000. *Datums and map projections for remote sensing, GIS and surveying*, Whittles Publishing, London.
- [18] JASC PAINT SHOP PRO (WEERGAWE 7.02), 2000. Jasc Software, Inc., [Aanlyn], [Besoek op 16 Oktober 2004], Beskikbaar by: <http://www.jasc.com/products/paintshoppro/>
- [19] LASS H, 1950. *Vector and tensor analysis*, McGraw-Hill, New York.
- [20] LEE LP, 1944. *The nomenclature and classification of map projections*, Empire Survey Review, **7**, pp. 190–200.
- [21] PANTLAND NA, 2004. *3D numerical techniques for determining the foot of a continental slope*, MSc Thesis, University of Stellenbosch, Stellenbosch.
- [22] SCHILLING RJ & HARRIS SL, 2000. *Applied numerical methods for engineers using Matlab and C*, Thomson Learning, Pacific Grove.
- [23] STEAD T, 2002. *Outer limits of the continental shelf — Submissions from developing countries: South Africa (A case study)*, MSc Thesis, University of Plymouth, Plymouth.
- [24] STUDENT MATLAB (WEERGAWE 13), 2003. *The Mathworks, Inc.*, [Aanlyn], [Besoek op 16 Oktober 2004], Beskikbaar by: <http://www.mathworks.com/>
- [25] SUMMERFIELD MA, 1996. *Global geomorphology: An introduction to the study of land forms*, Prentice Hall, Essex.
- [26] TAYLOR B (RED.), 1995. *Backarc basins, tectonics and magnetism*, McGraw-Hill, New York.
- [27] UNCLOS, 1999. *Commission on the limits of the continental shelf* (fifth session), Scientific and Technical Guidelines of the Commission of the Continental Shelf, Document no. CLOS/11.
- [28] UNCLOS, 1999. *Commission on the limits of the continental shelf* (sixth session), Scientific and Technical Guidelines of the Commission of the Continental Shelf, Document no. CLOS/11/Add.1.
- [29] UNITED NATIONS, 1983. *United Nations Convention on the law of the sea*, United Nations, New York.
- [30] VANÍČEK P & OU Z, 1996. *Automatic tracing of the foot of the continental slope*, Marine Geodesy, **19**, pp. 181–195.
- [31] WAINMAN C, 2002. *South Africa's extended continental shelf claim*, Unpublished Internal Report, Institute of Maritime Technology, Simon's Town.
- [32] WAINMAN C, 2004. *Instituut vir Maritieme Tegnologie*, Persoonlike kommunikasie, E-pos: ckw@imt.co.za
- [33] WOLFRAM RESEARCH, 2005. *Fundamental forms*, [Aanlyn], [Besoek op 28 Desember 2005], Beskikbaar by <http://mathworld.wolfram.com/FundamentalForms.html>
- [34] WORLD GEODETIC SYSTEM 1984 (WGS84). [Aanlyn], [Besoek op 6 Julie 2004], Beskikbaar by: <http://www.wgs84.com/wgs84/wgs84.htm>

Nicolette A Pantland is 'n kredietwaardigheidsanalisis by die Afdeling Risiko Bestuur van Abbey Bank in die Verenigde Koninkryk. Sy het die grade BSc (Toegepaste Wiskunde & Rekenaarwetenskap), Honneurs BSc (Toegepaste Wiskunde) en MSc (Toegepaste Wiskunde) in onderskeidelik 2000, 2001 en 2005 aan die Universiteit van Stellenbosch behaal — die MSc graad met lof. Sy was gedurende haar (deeltydse) magister studies en ten tyde van die skryf van hierdie artikel as Kadet (Operasionele Navorsing) by die Instituut vir Maritieme Tegnologie ('n filiaal van die Krygkor Groep) in Simonstad werksaam. Daarna het sy ook in die bemarkingsafdeling van AC Nielsen in Oxford, Verenigde Koninkryk gewerk, voordat sy in 2006 by Abbey Bank aangesluit het.



Jan H van Vuuren is mede-professor in Toegepaste Wiskunde aan die Universiteit van Stellenbosch. Hy het die grade BSc (Wiskunde & Toegepaste Wiskunde), Honneurs BSc (Toegepaste Wiskunde) en MSc (Toegepaste Wiskunde) in onderskeidelik 1989, 1990 en 1992 aan die Universiteit van Stellenbosch behaal — almal met lof. Verder het hy in 1995 'n doktorsgraad in die Wiskunde aan die Universiteit van Oxford in die Verenigde Koninkryk behaal. Hy is sedert 1996 as personeellid by die Departement Toegepaste Wiskunde (nou die Departement Wiskundige Wetenskappe) aan die Universiteit van Stellenbosch verbonde, eers as tydelike lektor, gedurende die periode 1997–2002 as senior lektor en sedert 2003 as mede-professor. Verdere inligting kan by die webtuiste <http://dip.sun.ac.za/~vuuren/index.html> verkry word.

